UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA E EXPERIMENTAL

FÍSICA EXPERIMENTAL I

LABORATÓRIO DE FÍSICA I

Mario Takeya
José A. M. Moreira

Revisada e ampliada por
Marcílio Colombo Oliveros
Juliana Mesquita Hidalgo Ferreira

2010/1

ORIENTAÇÕES GERAIS

1. Objetivos do Laboratório de Física Básica I

O Laboratório de Física Básica I tem como objetivos específicos contribuir para que o aluno:

- Compreenda algumas especificidades do trabalho experimental.
- Compreenda o processo de elaboração de modelos que nos permitem estudar as situações reais. O modelo representa uma simplificação de sistemas mais complexos. Um modelo é um substituto para o problema real. As leis de Newton são um exemplo de modelo.
- Aprenda procedimentos e técnicas experimentais de medidas e análise de dados.
- Desenvolva a capacidade de analisar criticamente um experimento avaliando a qualidade e a confiabilidade dos dados experimentais.
- Aprenda a interpretar as medidas das grandezas físicas relacionadas aos conceitos fundamentais.
- Entenda melhor as leis da Física e aprenda conceitos fundamentais.
- Perceba aspectos relacionados à Natureza da Ciência, tais como: “uma observação significativa somente é possível se houver uma expectativa pré-existente”; “as teorias científicas não são induções, mas hipóteses que vão imaginativa e necessariamente além das observações”.

2. Organização do Laboratório

Cada bancada terá no máximo quatro alunos. **A presença do aluno é fundamental** na atividade experimental. **Não se deve chegar atrasado**, pois é justamente no início da aula que são dadas as orientações gerais sobre a atividade, bem como é quando se dá a discussão do modelo teórico. A ausência nessa etapa pode acarretar em dificuldades maiores na compreensão da atividade.

Cada aluno deve realizar o experimento juntamente com a sua própria turma. À exceção de casos excepcionais, e a critério do próprio professor, será permitido que o aluno realize um experimento com outra turma.

Algumas regras importantes relacionadas à convivência na sala devem ser observadas: celulares e outros aparelhos eletrônicos devem permanecer desligados; cada aluno deve procurar permanecer na sua bancada e não ficar circulando pelo laboratório; se houver alguma dúvida, deve-se chamar o professor para esclarecimento na bancada; é fundamental a atenção durante a apresentação da atividade e nas discussões teóricas no início das aulas.

É fundamental também que cada aluno tenha a sua própria apostila impressa e o seu próprio caderno de laboratório. **Recomenda-se fortemente que antes da aula marcada para a realização de uma determinada atividade o aluno leia o conteúdo da apostila referente à mesma.**

O calendário com a programação da disciplina é divulgado no início do período letivo.

3. Caderno de Laboratório

Cada aluno deve ter o seu próprio caderno de laboratório exclusivo para esta disciplina. Ele será utilizado para anotar medidas, realizar possíveis deduções, esboçar gráficos, registrar resultados de cálculos, responder às perguntas da apostila, realizar análises de resultados e sínteses das experiências, registrar conclusões, etc. Não se trata simplesmente de um caderno de relatórios, e sim de um caderno para anotar os detalhes de um trabalho em andamento. Nenhuma anotação feita deve ser apagada, pois as rasuras podem ser úteis posteriormente. Nosso objeto é poder acompanhar o processo de desenvolvimento de cada atividade, e não simplesmente visualizar resultados.

No mínimo, para cada experimento o Caderno de Laboratório deve **sempre** conter:

1. Título do experimento, data de realização e colaboradores;
2. Objetivos do experimento;
3. Desenvolvimento teórico (hipóteses, modelos, etc.)
4. Roteiro dos procedimentos experimentais;
5 Esquema do aparato utilizado;
6. Descrição dos principais instrumentos;
7. Dados;
8. Cálculos;
9. Gráficos;
10. Resultados e conclusões.

O caderno de laboratório deve conter detalhes suficientes para que uma pessoa que não conhece determinada atividade seja capaz de reproduzi-la a partir do mesmo ou entender de maneira clara o significado dos resultados encontrados. Deve-se frisar, no entanto, que o caderno de laboratório **não pode ser uma cópia da apostila.** Ele deve registrar as **suas reflexões** sobre o experimento.

4. Organização e Análise dos dados. O computador

Procuramos atualizar as atividades do Laboratório de Física Básica I no sentido de, sempre que possível, acompanhar as tendências que surgem num laboratório de pesquisa. Assim, em várias atividades, os dados são coletados através do uso de interfaces digitais. Se por um lado tal procedimento torna a aquisição de dados bem mais rápida, por outro torna o procedimento mais obscuro, uma "caixa preta", já que o processamento digital envolve o uso de circuitos eletrônicos.

Dentro deste espírito de atualização, sempre que possível, utilizaremos programas de computadores para organizar, calcular ou analisar os dados. Entendemos que hoje um bom profissional não pode prescindir desta ferramenta. Assim, pede-se que os alunos tenham à mão um *pen drive* ou algo similar para copiar as informações relevantes de uma atividade. No Laboratório de Física Básica a ferramenta computacional mais conveniente para a organização e análise de dados é a chamada planilha eletrônica.

Os dados obtidos devem ser preferencialmente organizados em forma de tabelas e visualizados em forma de gráficos. Tanto um como outro serão feitos na planilha eletrônica, que deve conter todas as informações necessárias para a sua compreensão, tais como título ou legenda, nome e símbolo das grandezas, unidades, parâmetros mantidos constantes, etc. (**ver apêndice da apostila para orientações gerais**).

INTRODUÇÃO

NOÇÕES SOBRE A PRECISÃO DAS MEDIDAS

1. Medidas

As grandezas físicas são determinadas experimentalmente, por medidas ou combinações de medidas. Quando apresentamos o resultado M de uma medida obtida num experimento escrevemos:

$$M = (m \pm \Delta m)\ u$$

Onde:

- m é o número que a caracteriza;
- Δm é o erro provável da medida, que dá uma indicação da sua confiabilidade;
- u é a unidade de representação da medida.

2. Algarismos Significativos (A.S.)

Definimos **algarismos significativos** de uma medida como todos os algarismos lidos com certeza mais o primeiro algarismo duvidoso. O **algarismo duvidoso** é o algarismo que contém erros. Este algarismo é uma fração da menor divisão do instrumento.

A figura 1 apresenta, ao lado de uma barra, uma régua cuja menor divisão é de 1 cm, ou seja, uma régua graduada em centímetros.

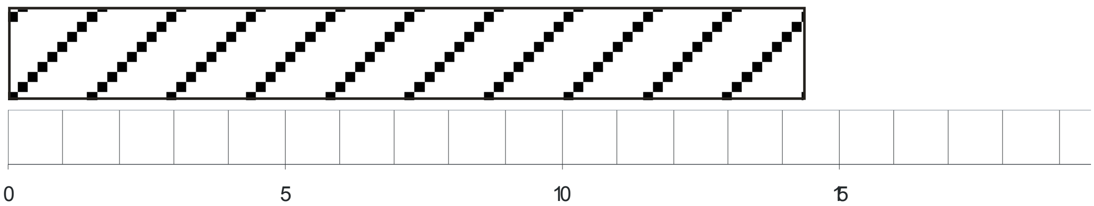


Figura 1

Pode-se observar que o comprimento da barra está, certamente, compreendido entre 14 e 15. Qual seria o algarismo que viria depois do 14?

Apesar da menor divisão de escala da régua ser 1 cm (escala em cm), é razoável fazer uma subdivisão mental do intervalo compreendido entre 14 e 15cm, para avaliar o algarismo procurado, que pode ser, por exemplo, o 3. Desta maneira representa-se o resultado como 14,3cm. Os algarismos 1 e 4 desta medida foram lidos com certeza, porém o 3 não (nessa escala de cm). Outras pessoas poderiam ler 14,4cm ou 14,2cm. Na leitura 14,3cm, o algarismo 3 foi avaliado. Não se tem certeza do algarismo 3. Por isso ele é denominado algarismo duvidoso. Não teria sentido algum tentar avaliar o algarismo que viria depois do 3. Dizemos que nesta leitura o número de A.S. é 3.

A regra geral é que se deve apresentar a medida com apenas os algarismos de que se tem certeza mais um único algarismo duvidoso.

Suponha agora que a mesma barra fosse medida utilizando-se uma escala milimetrada como ilustrada na Figura 2.

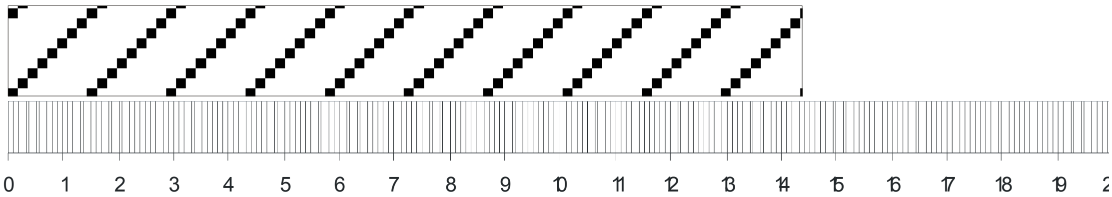


Figura 2

Utilizando-se o mesmo critério, pode-se expressar o comprimento da barra como L=143,8mm na escala de mm.. Nesta medida, todos os algarismos são significativos; o algarismo 8 foi avaliado, porém sendo ele o primeiro algarismo duvidoso, ele também é significativo. Portanto, nesta leitura o número de A.S. é de 4 e pode-se notar que em relação à medida anterior, ganhou-se um algarismo. Foi utilizada uma escala mais precisa. Atenção: quando uma medida é expressa com apenas uma casa decimal (1 A.S.) se define qual foi a escala utilizada para fazer a medida.

Damos a seguir algumas regras práticas envolvendo a manipulação de medidas.

a) **Zeros à esquerda do número, isto é, zeros que posicionam a vírgula, não são significativos**. Elas servem para indicar uma mudança de unidades. O comprimento L=143,8mm (medido na escala em mm) pode ser escrito:

   L = 14,38 cm ou L= 0,1438m ou L = 0,0001438km

   Todas as leituras anteriores possuem o mesmo número de A.S que é definido pela escala do instrumento de medida.

b) Notação científica. Como foi visto no item anterior, uma **mudança de unidade na medida não deve alterar o número de A.S.** Para seguir esta norma é muitas vezes conveniente empregarmos a notação científica, a qual consiste em utilizar preferencialmente um ou dois algarismos significativos antes da vírgula e uma potência de dez condizente, seguida pela unidade. Assim, para expressarmos em notação científica a medida dada no exemplo acima, escreveríamos:

   $$L=14{,}38\text{cm} = 1{,}438\times10^{-1}\text{m} = 1{,}438\times10^{-4}\text{ km} = 1{,}438\times10^{2}\text{mm}$$

   Uma das vantagens da notação científica é que ela nos permite identificar rapidamente o número de A.S.

   Todas as leituras anteriores possuem o mesmo número de A.S.

3. Operações com algarismos significativos (A.S.)

A necessidade de se fazer operações com A.S. decorre do fato de que é necessário medir várias grandezas físicas iguais ou diferentes, com aparelhos de classes de precisão diferentes, e reuni-las de forma a obter o valor da grandeza procurada. Quando efetuamos cálculos e apresentamos os resultados de medições, temos que dar atenção aos A.S., porque tanto é errado incluir demasiados algarismos como excessivamente poucos.

Um exemplo típico vem do uso que fazemos das calculadoras de bolso. Suponha que queiramos dividir por 3 o comprimento L = 2,0 cm, medido com uma régua em centímetros. A calculadora nos fornecerá algo como 0,6666666666. Obviamente, escrever este número com dez A.S. como sendo o resultado da divisão está incorreto, pois ele não reflete a precisão da medida original.

As calculadoras não sabem o que são A.S., cabendo a cada um interpretar e escrever o resultado corretamente em termos de A.S. No caso do exemplo, o resultado deve ser expresso como L = 0,67 cm. **Como regra geral, podemos dizer que o resultado de uma operação com A.S. é determinado pelas condições da pior das medidas**. Damos a seguir algumas regras mais específicas, que são baseadas, num caso, no número de A.S. e, no outro, no desvio relativo.

a) **Adição e subtração**: Após efetuar a operação escreva o resultado arredondando-o de forma que o último A.S. ocupe a mesma casa decimal da parcela mais pobre em decimais (isto é, mais à esquerda possível) e despreze os algarismos à direita desta casa decimal. Exemplo:

Subtração:

```
  8,2436
- 6,72??
  1,52??
```

Adição:

```
 438,38???
  21,8????
   0,287??
+  3,14159
 463,6???
```

b) **Multiplicação e Divisão**: O resultado deve possuir, em geral, o mesmo número de A.S. da medida mais pobre em significativos.

Multiplicação:

3,14159 x 1,32 = 4,15

Divisão:

62,72 ÷ 23,1 = 2,72

Às vezes, é necessário um pouco de bom senso na aplicação dessa regra, como no exemplo seguinte:

$$9{,}8 \times 1{,}03 = 10{,}1$$

porque, embora 9,8 tenha só dois A.S., ele está bem próximo de ser um número de 3 A.S. e o produto deve ser escrito com 3 A.S.

Uma observação de caráter geral acerca de operações com algarismos significativos é a de que **você não pode aumentar a precisão das grandezas resultantes através de operações matemáticas**.

c) Critérios de Arredondamento

Você deve ter notado que nos exemplos do item anterior os resultados foram arredondados no primeiro algarismo duvidoso Os critérios para isso são:

- Se o algarismo seguinte ao primeiro algarismo duvidoso for um número igual ou superior a 5, aumenta-se de uma unidade o primeiro algarismo duvidoso e desprezam-se os demais.
- Se o algarismo seguinte ao primeiro algarismo duvidoso for um número inferior a 5, o primeiro algarismo duvidoso não se altera e desprezam-se os demais.

Exercícios

1) Faça os arredondamentos necessários para representar as medidas abaixo com o número correto de A.S., considerando que o sinal tachado em um algarismo indica que ele é o primeiro duvidoso.

$787{,}\cancel{6}72\ \text{cm}^3$
$24{,}9\cancel{2}87\ \text{g}$
$0{,}0026\cancel{1}54\ \text{A}$
$76\cancel{1}{,}5\ \text{mmHg}$
$0{,}0\cancel{9}31\ \text{cal/gK}$
$6{,}\cancel{9}305\ \text{dyn/cm}^2$

2) Em que escalas foram realizadas as medidas abaixo, considerando que elas estão escritas corretamente em termos de A.S.?

14,4 cm
14,89 cm
28,32 m

3) Usando os critérios adequados em termos de A.S., faça as seguintes operações:
27,8 m + 1,326m +0,66m
11,45s+93,1s+0,33s
18,2476m – 16,72m
127,36g - 68,297g
3,27251cm x 1,32 cm
0,452 A x 2671Ω
0,451V ÷ 2001 Ω
63,72cm ÷ 23,1s

ERROS

Qualquer medida instrumental possui um erro. No laboratório temos que conviver com erros nas medidas. **Quando obtemos o resultado de uma medida, é necessário saber com que confiança o número obtido representa uma determinada grandeza física.** Portanto, neste ambiente, uma das primeiras atitudes deve ser uma análise da precisão das medidas. As palavras "erro", "incerteza" e "desvio" serão tomadas como sinônimos. Não se pretende adotar neste curso o cálculo rigoroso dos erros conforme os manuais da Estatística, mas apenas uma versão simplificada da mesma. Tal procedimento se justifica pelo fato de que até agora não existem recomendações que sejam universalmente aceitas com respeito à maneira de apresentar os resultados das investigações experimentais.

Num processo de medição, inúmeros fatores contribuem para o erro (Δm) na medida (m) sendo ***impossível*** analisar ou indicar todas as fontes de erro que atuam sobre o mesmo. **As fontes de erro fazem com que toda medida realizada, por mais cuidadosa que seja, esteja afetada por um erro experimental**. Assim, o erro ou desvio na medida é a soma de todos os erros, ou seja:

Δm = Erro sistemático+Erro estatístico + Erro de escala + Erro grosseiro + etc.

Em geral, um dos tipos de erro predomina sobre os demais. Nestes casos, é usual assumi-lo como erro (Δm) na medida.

Os erros experimentais podem ser classificados em dois grandes grupos: **erros sistemáticos e erros aleatórios**.

Os **erros sistemáticos** são causados por fontes identificáveis, e, em princípio, podem ser eliminados ou compensados. Erros sistemáticos **prejudicam a exatidão das medidas, pois fazem com que elas estejam** constantemente acima ou abaixo do valor real. Tomemos como exemplo uma balança de farmácia, mal calibrada, que marca sempre 0,5 kg a mais, mesmo sem nenhuma carga. Neste caso, dizemos que os números fornecidos por ela estarão *sistematicamente* indicando 0,5 kg a mais do que o valor verdadeiro.

Em geral, identificar as fontes de erros sistemáticos não é tão óbvio como no exemplo acima. Uma das principais tarefas do autor das medidas é identificar e eliminar o maior número possível de fontes de erro sistemático.

Os **erros aleatórios ou estatísticos** são flutuações, para cima ou para baixo, decorrentes de **perturbações estatísticas imprevisíveis**, que fazem com que aproximadamente metade das medidas de uma mesma grandeza seja desviada para mais, e a outra metade seja desviada para menos. Os erros aleatórios não seguem qualquer regra definida e, assim, diferentemente dos erros sistemáticos, não se pode evitá-los. Pode-se, no entanto, avaliá-los e minimizá-los através de um tratamento estatístico desenvolvido a partir dos trabalhos do matemático Johann Carl Gauss (1777-1855).

a) Valor médio: o valor mais provável de uma grandeza é a média aritmética das várias medidas de uma grandeza (x_i). Representando a média por $\bar{x}$, tem-se:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \textbf{Equação 1}$$

b) Desvio padrão: ao se realizar várias medições de uma grandeza nas mesmas condições, a incidência de erros aleatórios faz com que os valores medidos estejam distribuídos em torno da média. Quando eles se afastam muito da média, a medida é pouco precisa e o conjunto de valores medidos tem alta dispersão. Quando o conjunto de medidas está mais concentrado em torno da média diz-se que a precisão da medida é alta, e os valores medidos têm uma distribuição de baixa dispersão. Quantitativamente, **a dispersão do conjunto de medidas realizadas pode ser caracterizada pelo desvio padrão** (σ_{n-1}) do conjunto de medidas, definido como:

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum(\Delta x_i)^2}{n-1}} \qquad \textbf{Equação 2}$$

Nessa equação n é o número de medidas.

$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$

Onde x_i é o valor de determinada medida e $\bar{x}$ é a média aritmética das medidas realizadas.

Para calcularmos o desvio padrão devemos, portanto:

1. Calcular a diferença entre cada medida e a média das medidas realizadas.
2. Elevar ao quadrado cada um dos valores obtidos no item 1 (**note que não é o somatório que é elevado ao quadrado, mas sim cada Δx_i**).
3. Somar todos os valores obtidos no item 2.
4. Dividir o resultado obtido no item 3 pelo número de medidas menos um.
5. Calcular a raiz quadrada do resultado obtido no item 4.

O resultado obtido deve ser arredondado, tendo em vista que o desvio padrão só pode ser escrito com 1 A.S.

Vejamos um exemplo. Numa determinada ocasião, medimos algumas vezes o comprimento de uma tira de papel (em escala de mm) e obtivemos os seguintes valores:
L_1= 9,85 cm
L_2 = 9,72 cm
L_3 = 9,66 cm
L_4 = 9,78 cm

Como expressar o resultado dessa medida?

Calculando a média das medidas, isto é, somando todas as medidas e dividindo por 4 temos que $\overline{L}$ = 9,7525 cm. Esse é o valor provável da medida.

Para obtermos o desvio padrão, devemos primeiro calcular os ΔL_i.

$\Delta L_1 = L_1 - \overline{L} = 9{,}85 - 9{,}7525 = 0{,}0975$cm
$\Delta L_2 = L_2 - \overline{L} = 9{,}72 - 9{,}7525 = -0{,}0325$cm
$\Delta L_3 = L_3 - \overline{L} = 9{,}66 - 9{,}7525 = -0{,}0925$ cm
$\Delta L_4 = L_4 - \overline{L} = 9{,}78 - 9{,}7525 = 0{,}0275$ cm

Em seguida, elevamos cada um desses valores ao quadrado:
$(\Delta L_1)^2 = 0.00950625$
$(\Delta L_2)^2 = 0{,}00105625$
$(\Delta L_3)^2 = 0{,}00855625$
$(\Delta L_4)^2 = 0{,}00075625$

Calculando, então, o somatório temos: $\Sigma\ (\Delta L_i)^2 = 0{,}019875$
Considerando que o número de medidas é 4 temos que, nesse caso:

σ = 0,070489 cm, ou melhor, σ = 0,07 (mantendo apenas 1A.S.)

O resultado da medida será, portanto: L = (9,75 $\pm$ 0,07) cm

O procedimento que usaremos para avaliar de maneira mais precisa o erro ou desvio padrão num determinado caso é repetir várias vezes a mesma medida e calcular o erro ou desvio padrão através da expressão para σ.

É importante calcular ou pelo menos avaliar o erro porque **o número de algarismos significativos de uma medida (valor mais provável) é determinado pelo erro contido na medida.**

Como exemplo, suponha que um aluno de alguma forma encontrou o seguinte resultado para a média de um conjunto de medidas: $\overline{L}$ =23,564829m. Suponha que o erro ou desvio padrão dessa medida seja de 0,03. Isto significa que o erro está na casa dos centímetros. Então, o resultado final da medida deve ser escrito como L=(23,56±0,03)m, portanto com 4 significativos. **Esta é a maneira correta de expressar qualquer medida, ou seja, a medida acompanhada do seu erro ou desvio padrão.** Note que o último algarismo de 23,56, embora duvidoso, é um algarismo significativo.

Exercício

1) Num experimento obtivemos as seguintes medidas para g:
$g_1 = 9{,}81\ m/s^2$
$g_2 = 9{,}83\ m/s^2$
$g_3 = 9{,}88\ m/s^2$
$g_4 = 9{,}82\ m/s^2$

Calcule, passo a passo, o desvio padrão e escreva o resultado correto da medida.

2) A partir do que vimos acima a respeito dos erros sistemáticos e aleatórios, e a possibilidade de eliminá-los ou não num experimento, comente a citação abaixo extraída de um artigo escrito pelo cientista William Crookes, ainda no final do século XIX:

"No caso de uma teoria ou lei adequada, e que esclarece plenamente todos os fatos, as discrepâncias serão muito pequenas, e tão menores quanto maior for a habilidade do investigador; diminuirão quando certas precauções forem tomadas e fonte de erros minimizadas".

---

c) Conjuntos de medidas com desvio padrão baixo são mais precisas do que quando o desvio padrão é alto. Adicionalmente, pode-se demonstrar que o desvio padrão caracteriza o intervalo dentro do qual há 68% de probabilidade de ocorrência de um valor medido. Dito de outra forma, isto significa que se for feito um conjunto muito grande de medições, 68% delas estarão dentro do intervalo $x+\sigma_{n-1}$ e $x-\sigma_{n-1}$.

Além do *desvio padrão*, usualmente se define o *desvio padrão da média* (σ_{n}.). Entretanto neste curso não faremos uso deste último conceito. A utilização dos conceitos de média e do desvio padrão, no sentido gaussiano, requer uma análise estatística cuidadosa das medidas. O número (n) de medidas necessárias para se obter valores confiáveis da média e desvio padrão da média depende da complexidade do experimento. Por exemplo, se o objetivo do experimento é simplesmente medir o comprimento (L) de uma barra metálica usando uma escala milimetrada, poucas medidas serão suficientes para tais estimativas. Entretanto, em experimentos complicados, como uma pesquisa eleitoral para se medir a preferência por um determinado candidato, são necessárias várias centenas ou mesmo milhares de dados. Portanto, o número de dados depende de cada experimento. Como neste curso o tempo para se realizar um experimento é bastante limitado, torna-se inviável fazer uma análise estatística mais rigorosa dos erros e o número de medições de cada grandeza será em torno de dez. Assim, no Laboratório de Física Básica usaremos a **Equação 1** não no sentido de média gaussiana, mas para indicar uma medida confiável e a **Equação 2** para estimarmos o erro naquela medida.

d) O erro quando a medida foi feita apenas uma vez.

Geralmente, num procedimento experimental, repetimos várias vezes a mesma medida e calcularmos o erro ou desvio padrão. Mas muitas vezes nos deparamos com o problema de avaliarmos o erro (Δm) em uma grandeza que foi medida *apenas uma vez*. É evidente que **com apenas uma única medida não é possível calcularmos nem a média nem o erro estatístico (desvio padrão),** embora saibamos que ela existe. Nestes casos, nosso procedimento será exagerar no **erro de escala do instrumento** utilizado e dizer que o erro (Δm) é devido apenas ao erro de escala.

Normalmente, o erro de escala de um instrumento analógico equivale a 0,1 ou 0,2 da menor divisão do mesmo, mas, no caso da medição única, podemos inferir o erro na medida

superestimando o erro de escala, tomando-o como igual à **metade da menor divisão do instrumento utilizado**. Por exemplo, ao medirmos um comprimento L com uma régua milimetrada avaliamos o erro como sendo igual a ± 0,5 mm o qual corresponde à metade da menor divisão da referida régua, que no caso é o milímetro. Assim, no caso de uma única medição, avaliamos o erro na medida através do erro de escala (Δm) e escrevemos o resultado da maneira usual:

$$M = (m \pm \Delta m)\ u$$

É importante observar que tanto o erro de escala como o desvio padrão devem ser fornecidos com apenas um A.S.

e) **Erro relativo**. O erro ao qual nos referimos no item anterior é um erro absoluto, e é o mesmo para quaisquer medidas de uma determinada grandeza. Portanto, ele não diz qual medida apresenta maior precisão relativa. Refere-se apenas ao aparelho de medição e não ao objeto medido. O erro do aparelho em relação ao objeto medido se denomina "erro relativo". Esse pode ser expresso em porcentagem:

$$\varepsilon = \frac{Erro\ do\ instrumento}{Valor\ da\ medida} \quad \text{ou} \quad \varepsilon\% = \frac{Erro\ do\ instrumento}{Valor\ da\ medida} 100$$

Cada medida de uma grandeza tem um mesmo erro absoluto (dado pelo instrumento), mas um erro relativo próprio, que depende do valor da medida.

f) Desvio relativo percentual.

Sabemos que as relações entre grandezas de mesma espécie podem ser representadas em termos relativos ou percentuais. Assim, dadas as grandezas A e B, podemos escrever em termos percentuais várias relações entre elas tais como: A em relação ao total A+B, ou a diferença A-B em relação a A, a B ou ao total A+B, etc. No caso, de uma medida M dada por:

$$M = (m \pm \Delta m)\ u$$

em que m representa o valor da medida e Δm o valor absoluto do erro, podemos expressar o erro relativo percentual fazendo:

$$\Delta m\,\% = \left|\frac{\Delta m}{m}\right| .100\ \%$$

Podemos também comparar o resultado (x_i) de um experimento com um valor conhecido da literatura X_R usando o desvio relativo percentual:

$$\Delta x\% = \left|\frac{x_i - X_R}{X_R}\right| .100\,\%$$

Por exemplo, suponha que numa experiência você encontre o valor para a densidade da água pura como d=1,012g/cm^3, enquanto valor tabelado é d_t=1,000g/cm^3. Neste caso, dizemos que o desvio relativo percentual ou simplesmente desvio percentual foi de:

$$D\% = \left|\frac{1{,}012 - 1{,}000}{1{,}000}\right| .100\,\% = 1{,}2\%$$

Não se trata de um novo tipo de erro, mas uma forma alternativa e elegante de apresentá-lo.

g) Propagação de Erros

Muitas vezes nos deparamos com o caso de determinar uma grandeza física através de cálculos com valores obtidos na medida direta das grandezas que figuram na lei representativa do fenômeno em consideração. Por exemplo, a energia potencial de um corpo de massa m situada a uma altura h, E=mgh. Para estes casos, surge o problema de como avaliar o desvio padrão na grandeza dependente, conhecendo os desvios padrão nas medidas diretas. Este tipo de estudo recebe o nome de Propagação de Erros.

Seja uma grandeza y dependente de outras grandezas x_1, x_2, x_3,..., x_n. Pode-se, então, escrever:

$$y=f(x_1, x_2, x_3,..., x_n)$$

A variação de y, em função de cada uma das variações infinitesimais de cada um dos x_i, é dada pela diferencial exata de y:

$$dy = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)dx_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)dx_2 + \ldots\ldots\ldots\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)dx_n$$

Onde os termos entre parêntesis representam as derivadas parciais de *f* em relação a cada uma das varáveis x_i de que depende. É possível fazer uma analogia entre as variações infinitesimais (*dx*) e os desvios (*Δx*) das variáveis, uma vez que ambos representam variações. Assim, podemos escrever:

$$\Delta y = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\Delta x_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)\Delta x_2 + \ldots\ldots\ldots\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)\Delta x_n$$

Como se pretende determinar o máximo erro na medida, deve-se considerar a situação na qual os erros, atuando no mesmo sentido, somam-se. Isto só é possível tomando-se o módulo das derivadas parciais na equação anterior. Assim:

$$\Delta y = \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|\Delta x_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|\Delta x_2 + \ldots\ldots\ldots\left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|\Delta x_n$$

A formulação acima foi baseada em Piacentini et al (2008), outras formulações podem ser obtidas em Cruz (1997) (ver bibliografia).

ATIVIDADE 01

1. TÍTULO: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA ATRAVÉS DE GRÁFICOS

2. OBJETIVO

- Elaborar um modelo para o escoamento de um líquido contido num recipiente.
- Construir e analisar gráficos numa planilha eletrônica.
- Aplicar os conceitos de algarismos significativos, erros em uma medida e linearização.

3. DESCRIÇÃO DA EXPERIÊNCIA

Nessa atividade vamos trabalhar com um conjunto de dados obtidos através de uma experiência cuja intenção era **investigar** o escoamento da água contida em um recipiente. Partiu-se da **hipótese** de que o tempo de escoamento dependeria da altura da coluna de água e do diâmetro do orifício do fundo do recipiente. Poderíamos ter escolhido outros parâmetros para análise.

Para estudar a dependência deste tempo em relação ao tamanho do orifício, foram considerados quatro recipientes iguais, com orifícios circulares de diferentes diâmetros, relativamente pequenos, em suas bases. Considerando que todos tinham a mesma altura h de água, mediu-se o tempo de escoamento.

Em seguida, para estudar a dependência do escoamento em relação à altura da coluna de água contida no recipiente, variou-se a altura da coluna de água que foi escoada por orifícios idênticos em diâmetro. Os dados obtidos encontram-se na tabela 1.

Faça uma figura que lhe permita visualizar a montagem experimental.

A análise desses resultados nos permite sugerir conclusões sobre a natureza do processo que está sendo investigado e predizer o resultado de experiências similares.

Tabela 1. Tempo de esvaziamento (em segundos) em função simultânea da altura (h) da coluna de água e do diâmetro (d) do orifício.

h em cm →	30,0	10,0	4,0	1,0
d em cm ↓	Tempo de esvaziamento(em segundos)			
1,5	74,0	44,5	26,7	14,1
2,0	41,2	23,7	15,0	7,3
3,0	18,4	10,5	6,8	3,7
5,0	6,8	3,9	2,2	1,5

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Análise da Tabela.

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Registramos na Tabela 1 os valores dos tempos necessários para esvaziar cada recipiente. Devido à dificuldade de se medir precisamente intervalos de tempo usando um relógio, há um número menor de algarismos significativos nas medidas de pequenos intervalos de tempos do que nas de longos intervalos de tempos. Responda:

P1. O que são algarismos significativos?

P2. Examine os dados referentes ao diâmetro d. Quantos são os algarismos significativos de cada medida?

P3. Ainda com referencia ao diâmetro d, sugira o tipo de instrumento utilizado na medição (uma característica importante associada aos algarismos significativos é que eles nos permitem identificar o tipo de instrumento utilizado na medição). No caso do diâmetro d, qual a menor divisão da escala utilizada (metros, centímetros, milímetros etc.)?

P4. No caso do tempo de escoamento, qual a menor divisão da escala utilizada? Em função disso, que tipo de instrumento foi utilizado na medição dos tempos de esvaziamento?

E**RROS**

Cada resultado apresentado na Tabela 1 tem um erro inerente ao processo de medida que, nesse caso. é chamado **erro de escala**. Note que as medidas foram feitas uma única vez para cada situação. Não há valor médio, nem desvio padrão nesse caso. Já ao erro do aparelho em relação ao objeto medido denominamos **erro relativo** o qual pode ser expresso em porcentagem (ver aula introdutória). Verifique que cada medida de diâmetro d tem um mesmo erro absoluto (dado pelo instrumento), mas um erro relativo diferente para cada medida (que depende do valor da medida).

P5. Qual é o erro estimado nas leituras do diâmetro d, da altura h e do tempo t de escoamento?

P6. Qual das alturas tem o maior erro relativo e qual tem o menor? Qual dos tempos tem o maior erro relativo e qual tem o menor? Qual dos diâmetros tem o maior erro relativo e qual tem o menor?

GRÁFICOS

A importância da utilização de gráficos na análise de experiências em laboratório decorre da possibilidade de analisar o comportamento de uma grandeza (variável dependente) em relação à outra (variável independente).

É possível construir rapidamente gráficos e realizar uma série de análises utilizando computadores. Entretanto, a rapidez dos computadores pode gerar uma série de equívocos, pois deixa pouca margem para que as pessoas compreendam o que estão fazendo. Aos poucos, introduziremos o uso de programas de computador na análise dos dados, pois entendemos que um bom profissional não pode prescindir desta ferramenta. Adiantamos que a melhor ferramenta computacional para a análise de dados é a planilha eletrônica.

Na presente atividade, estudaremos como o tempo de escoamento da água varia em função da altura e do diâmetro do orifício. Procuraremos estudar essas questões separadamente. Todos os dados necessários constam da Tabela 1, apresentada anteriormente. Uma representação gráfica desses dados possibilita o estabelecimento de uma relação matemática entre os mesmos. Os gráficos serão feitos no computador utilizando-se as ferramentas de uma planilha eletrônica.

A) COMO O TEMPO DE ESCOAMENTO DEPENDE DO DIÂMETRO DO ORIFÍCIO?

A Tabela 1 nos permite estudar como o tempo de escoamento depende da altura da coluna de água no recipiente e do diâmetro do orifício por onde escoa a água.

Para analisar a relação entre o diâmetro do orifício e o tempo de escoamento da água, podemos utilizar gráficos, os quais são mais fáceis de interpretar do que tabelas. Assim, vamos **fazer o gráfico do tempo (t) de escoamento versus diâmetro (d)** do orifício para cada uma das alturas h**.**

Registre na planilha eletrônica a Tabela 1, tal qual ela aparece na apostila (não se esqueça das legendas). Seguindo as instruções contidas no item “Fazendo um gráfico” do apêndice da apostila, obtenha inicialmente um gráfico com os pontos para a altura h = 30cm. Siga os procedimentos indicados para sobrepor as curvas relativas às outras alturas. É importante que todas elas sejam visualizadas num mesmo gráfico.

Para cada conjunto de pontos, vamos agora desenhar uma curva "média", seguindo os procedimentos descritos no item "Inserindo uma linha de tendência" do apêndice. Registre o título do gráfico e os nomes dos eixos, seguindo os procedimentos do apêndice.

O gráfico resultante deve ser semelhante ao ilustrado na Figura 2.

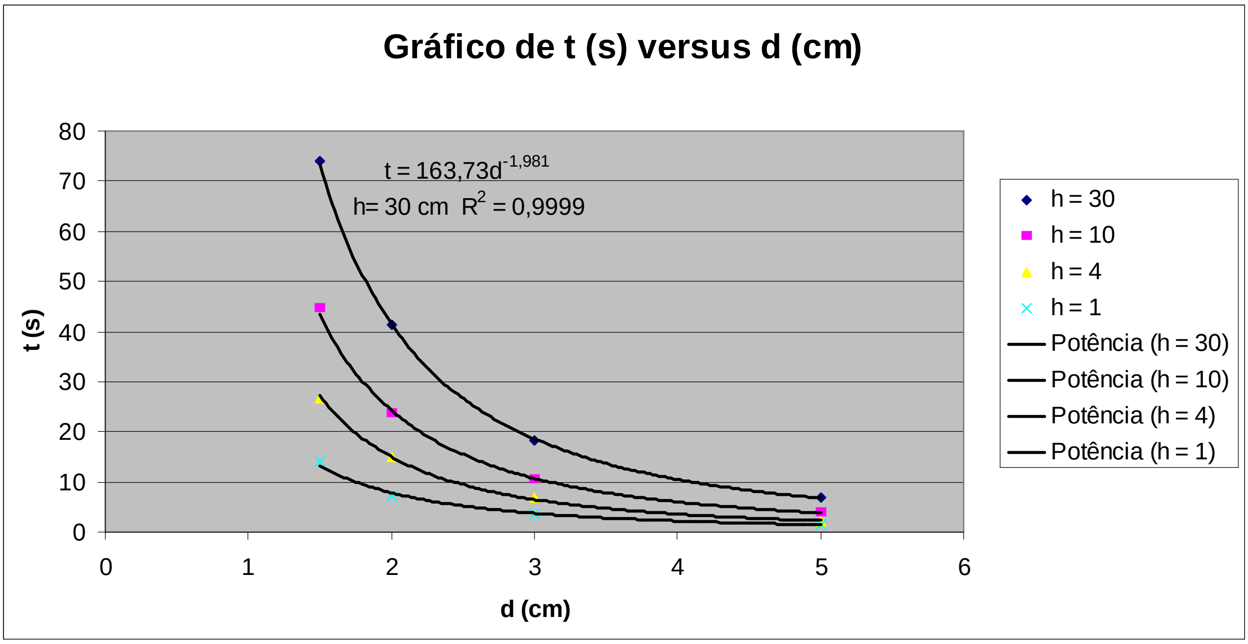


Figura 2. Gráfico t versus d. As curvas sugerem uma relação inversa entre *t* e *d*, isto é, sugerem que ***t*** diminuiu com *d*, mas não fornecem uma relação matemática entre elas.

Como mencionamos, nosso interesse no estudo desse fenômeno se relaciona também à possibilidade de **fazer previsões** sobre o mesmo. Pense sobre como seria o escoamento, por exemplo, para um recipiente com orifício de 1,5 cm de diâmetro e altura 25 cm. A experiência *não* foi realizada para essa altura, mas se temos uma relação matemática entre as grandezas envolvidas no problema, podemos tentar *prever* qual seria o tempo de escoamento.

Você pode usar as curvas da Figura 2 para **interpolar** entre suas medidas, e prever tempos de escoamento para diâmetros e alturas intermediárias entre os utilizados. Pode também, grosseiramente, **extrapolar** além delas, para prever tempos de escoamento para recipientes com alturas e diâmetros de orifícios maiores. É melhor, no entanto, fazer isso de maneira mais precisa.

Você pode obter uma expressão algébrica para relacionar t e d. O gráfico acima mostra que t diminuiu rapidamente com d; tal fato sugere uma relação inversa entre t e d e nada mais. Tal relação inversa pode ser do tipo 1/d, $1/\sqrt{d}$; $1/d^2$, $1/d^3$, etc.

Descobrir qual das relações gera uma relação linear é um processo de tentativas chamado "**linearização"** , cuja solução não é necessariamente única. **A relação inversa procurada é aquela que se torna linear com t.** Isso quer dizer que se t fosse proporcional a 1/d, o gráfico t versus 1/d daria uma reta. Já se t fosse proporcional a $1/d^3$, o gráfico t versus $1/d^3$ seria uma reta.

O Excel pode determinar qual relação matemática melhor descreve a curva obtida. Para isso, ele utiliza um processo de linearização, mas este fica "mascarado" e não pode ser notado por quem manipula a planilha eletrônica.

Utilize os recursos do Excel para obter as relações matemáticas para as curvas seguindo os procedimentos do item "Obtendo a relação matemática que melhor descreve o gráfico", contido no apêndice da apostila.

No final do processo descrito acima, após inserir a linha de tendência que melhor representa cada conjunto de dados, você deve ter obtido quatro equações do tipo

$$t = C_1 d^{\alpha}$$

Lembre-se que, no nosso caso:

y é t e x é d

Entretanto, observando os valores numéricos que aparecem nestas equações, notamos que elas estão escritas com um número excessivo de algarismos e que nem todos são significativos. Os coeficientes C_1 obtidos na sua planilha são resultados de cálculos e o Excel apresenta os números sem considerar quais são os A.S. Por exemplo, o Excel fornece o valor de C_1 (p/ h=30 cm) com cinco significativos, o que está errado. Cabe a nós determinarmos com quantos algarismos devemos escrever os mesmos.

De acordo com a Tabela 1, nenhuma medida de tempo (t) tem mais do que três A.S. Portanto é razoável supor que as constantes C_1 que aparecem em cada equação não podem ter mais do que três A.S.

Se os diâmetros têm dois A.S., o expoente de d não deve ter mais do que dois significativos.

Levando em conta estas considerações escreva na sua planilha na forma de tabela, próximo do gráfico, as referidas equações com os arredondamentos necessários. Preencha também as colunas da tabela abaixo.

h (cm)	30.0	10.0	4.0	1.0
α				
C_1				

P7. Quais são as unidades das grandezas C_1 e α?

Linearização

Como vimos no item anterior as relações matemáticas que relacionam os tempos de escoamento aos diâmetros dos orifícios são do tipo:

$$t = C_1 d^{\alpha} \qquad \textbf{Equação 1}$$

onde α é praticamente "- 2" para todos os casos.

Isso quer dizer que se fizermos o gráfico t em função de $1/d^2$ para cada um desses conjuntos de dados, **obteremos uma reta**. O Excel fez essa tentativa para ajustar o gráfico e nos fornecer a "linha de tendência". Esse procedimento recebe o nome de "linearização" ou "regressão linear". Os parâmetros da curva são determinados por um programa estatístico de aproximações sucessivas. Nesse caso, o programa tentou obter uma relação linear entre as grandezas, e **encontrou que t variava linearmente com $1/d^2$**.

Vamos agora realizar essa mesma tentativa, que foi "mascarada" pelo uso do recurso da planilha eletrônica. Para isso acrescente em sua planilha uma coluna para os valores de $1/d^2$ (veja no apêndice da apostila algumas dicas importantes para inserir fórmulas na planilha e sobre como gerar outra coluna a partir de uma coluna conhecida).

Para cada conjunto de pontos (relativos a cada altura h), construa uma curva t versus $1/d^2$ seguindo as instruções do apêndice. Todas devem ser visualizadas num único gráfico. Não se esqueça de detalhes como títulos, legendas etc.

Em função do que você obteve responda:

P8. A sugestão dada anteriormente pelo programa Excel acerca da melhor função que levaria a uma linearização é correta?

Seguindo as instruções do apêndice, insira a linha de tendência para cada caso. **Escolha a opção linear.**

Para cada caso você deverá encontrar algo parecido com o mostrado na figura 4. Anote os resultados das equações obtidas no gráfico e escreva-as na Tabela 2. **Considere o problema dos algarismos significativos.**

t =	Para h = 30 cm
t =	Para h = 10 cm
t =	Para h = 4 cm
t =	Para h = 1 cm

Tabela 2. Relação algébrica entre t e d para diferentes alturas h.

Note que, nesses resultados, os coeficientes C (ver **Equação 1**) *variam de acordo com a altura*. Isto é, para a altura h = 1 cm temos um determinado valor de C. Para h = 4 cm o valor de C é diferente do caso anterior.

Isso quer dizer que as equações podem ser escritas na forma:

$$t = \frac{C_1(h)}{d^2} \qquad \textbf{(Equação 2)}$$

Onde $C_1(h)$ é uma constante que vai depender de h.

P9. Compare as relações algébricas obtidas na Tabela 2. O que você pode dizer acerca delas?

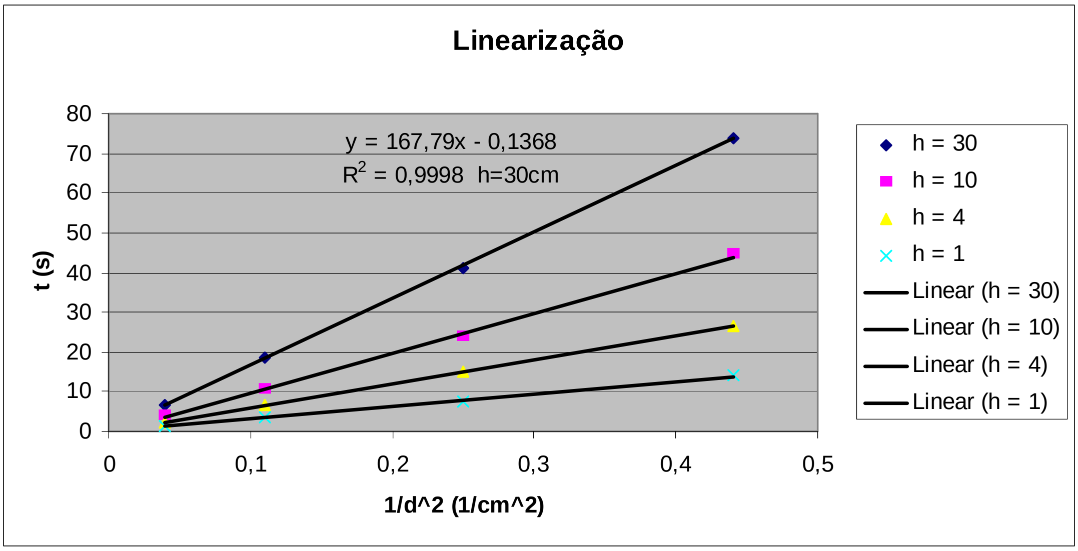


Figura 4. Gráfico de t versus $1/d^2$. O resultado sugere fortemente que o tempo de esvaziamento é diretamente proporcional a $1/d^2$. Neste exemplo é mostrado apenas o resultado para h= 30 cm. Complete o gráfico para todas as outras alturas.

A “linha de tendência do Excel” e o coeficiente de correlação (R^2)

A “linha de tendência” é uma idealização, enquanto os pontos ou dados representam a realidade. Traçá-la significa inferir um modelo matemático que melhor se aproxima dos seus dados experimentais. Assim, *não tem sentido* unir os pontos experimentais através de várias retas, pois isto significaria não um modelo, mas vários modelos matemáticos.

Como vimos, a linearização permite encontrar a relação matemática que gera uma relação linear entre as grandezas envolvidas. Encontramos, assim, a relação que descreve melhor determinada curva.

Você deve ter notado que quando nos itens anteriores pedimos que fosse adicionada a linha de tendência, sugerimos no primeiro caso uma função do tipo potência e, no segundo, uma função do tipo linear. Fizemos isso por razões didáticas. Agora você irá entender o porquê daquelas opções.

Em princípio, a razão para essa escolha está no valor de R^2 (R quadrado), que pode ser definido como uma medida do grau de ajuste (índice de correlação) entre a equação determinada pelo programa e os seus pontos experimentais. <u>Quanto mais próximo R^2 estiver de 1, melhor o ajuste. Podem ocorrer casos em que duas ou mais funções apresentam valores de R^2 próximos. Nestes casos, deve-se confrontar cada uma das funções obtidas com o fenômeno físico em questão e descartar aquelas que levam a possíveis incompatibilidades teóricas.</u>

Vamos agora entender através de várias tentativas **por que escolhemos o ajuste potência para o primeiro gráfico**.

Faça novamente um gráfico (tipo dispersão) do tempo *versus* diâmetro somente para a altura h = 30 cm, seguindo os procedimentos do apêndice. Vamos chamá-lo de gráfico A.

Em seguida, faça quatro cópias do gráfico em sua planilha.

Seguindo os procedimentos do apêndice, vá ao gráfico A e insira a linha de tendência linear. Peça para exibir a equação e o valor de R-quadrado no gráfico.

Vá ao gráfico B e insira a linha de tendência polinomial. Peça para exibir a equação e o valor de R-quadrado no gráfico.

Vá ao gráfico C e insira a linha de tendência exponencial. Peça para exibir a equação e o valor de R-quadrado no gráfico. Vá ao gráfico D e insira a linha de tendência logarítmo. Peça para exibir a equação e o valor de R-quadrado no gráfico.

P10. Compare os valores de R^2 para cada *tipo de função*. Que conclusões você tira dos procedimentos acima?

Vamos examinar agora o efeito de uma medida mal feita sobre R^2.

Vá à Tabela 1 e altere o valor de t para a altura de 30,0cm e diâmetro de 3,0cm. Inicialmente altere o valor de 18,4s para 10,0s e verifique os efeitos no gráfico, na equação e no valor de R^2. Em seguida, mude de 10,0s para 8,0s.

P11. Qual foi o efeito destas alterações no valor de R^2? O que esse exemplo mostra se pensarmos que esses tempos diferentes foram medidos com um instrumento de menor precisão?

Os exemplos acima ilustram o procedimento seguido para a escolha da função tipo “Potência” nesta Atividade. Entretanto, alertamos que, embora sendo um procedimento poderoso, a solução fornecida não é necessariamente única e às vezes é também necessário levar em conta certas considerações físicas não presentes nas medidas efetuadas.

Você ainda deve ter notado que não discutimos como são calculados os coeficientes das equações, bem como não lhe foi mostrado como se calcula o coeficiente R^2. Os alunos interessados em se aprofundar neste assunto devem consultar a bibliografia suplementar em particular o livro *Modelos de Regressão Linear* do professor Paulo Roberto Medeiros de Azevedo (Coleção Saber e Ciência, Vol. 1, EDUFRN, Natal, 1997). Explicações sucintas podem ser obtidas no livro *Introdução ao Laboratório de Física* de J. Piacentini e colaboradores (ver bibliografia de referência) ou então no *Guia para Física Experimental* da UNICAMP (http://www.dfte.ufrn.br/fis315/erros.pdf)

B) COMO O TEMPO DE ESCOAMENTO DEPENDE DA ALTURA DO RECIPIENTE?

Como mencionamos, nessa atividade estudaremos como o tempo de escoamento da água varia em função da altura e do diâmetro do orifício. Na seção anterior analisamos como o escoamento dependia do diâmetro do orifício do recipiente. Iremos agora tratar a outra parte da questão proposta, isto é, determinar qual a dependência do tempo de escoamento em relação a altura da água no recipiente.

Análise da "constante" $C_1(h)$.

Vimos na seção anterior que a relação entre o tempo de escoamento e o diâmetro envolvia uma constante C_1 que variava com a altura. Escrevemos então que:

$$t = \frac{C_1(h)}{d^2} \quad \textbf{Equação 3}$$

Vamos agora estudar como se dá essa variação.

Na tabela 3, registre os valores da constante C_1 para as respectivas alturas. Deve-se utilizar os valores de C_1 obtidos na linearização, porque que esse procedimento leva em consideração a relação aproximada entre as grandezas t e d. Em seguida, copie a mesma tabela para a sua planilha.

C_1	h(cm)
	30
	10
	4
	1

Tabela 3. Relação algébrica entre C_1 e altura h.

Faça o gráfico (tipo dispersão) de C_1 em função de h (isto é, C_1 *versus* h) na sua planilha. Siga as instruções do apêndice e não se esqueça dos detalhes.

Uma rápida análise do gráfico obtido mostra que a relação não é linear embora C_1 seja crescente com h. Isto sugere várias opções de dependência de C_1 com h, tais como $\sqrt[3]{h}$; $\sqrt{h}$; log(h), etc.

Insira e formate a linha de tendência seguindo os procedimentos do apêndice. Você deve tentar vários tipos de ajuste (polinomial, exponencial, logarítmico, etc.). Compare os valores de R^2 gerados em cada uma delas, e decida qual é melhor.

Você deve ter notado que o melhor ajuste para o gráfico C_1 versus h tem a forma de potência com expoente aproximadamente 0,5. Para determinar a relação matemática C_1 em função de h, você deve fazer a linearização do gráfico, isto é, fazer o gráfico C_1 versus $h^{1/2}$.

A partir do gráfico linearizado, formate a linha de tendência e escreva a função de C_1 (h) que melhor descreve os seus dados no quadro abaixo:

$C_1(h)=$

Equação 4: C_1 obtida pelo gráfico.

C) DETERMINAÇÃO DA EXPRESSÃO "GERAL": O TEMPO (T) DE ESVAZIAMENTO COMO FUNÇÃO SIMULTÂNEA DA ALTURA (H) DA COLUNA DE ÁGUA E DO DIÂMETRO (D) DO ORIFÍCIO.

Note que a equação 4 para C_1 faz parte da **equação 3** determinada anteriormente. Portanto, substituindo a expressão de C_1 na **equação 3** teremos a forma da expressão geral procurada.

Estabeleça a função geral para o tempo de fluxo como uma função simultânea de h e d para este experimento, determinando o valor numérico da nova constante C_2, e preencha o quadro abaixo:

t =

Função geral

Se a expressão obtida no quadro acima é realmente válida para este experimento, ela deve ser capaz de explicar as expressões particulares obtidas na Tabela 2.

P12. Obtenha as equações da Tabela 2 a partir da função geral.

Além de explicar as equações da Tabela 2, a função geral deve também explicar qualquer dado da Tabela 1. Para isto volte à sua planilha onde está a Tabela 1 e ao lado desta desenhe uma outra como mostrada abaixo. A partir da expressão geral determinada acima, calcule os tempos t de esvaziamento preenchendo as células vazias da tabela 4. Os cálculos devem ser feitos através dos recursos de sua planilha eletrônica. Para isso insira a Função Geral na célula correspondente ao tempo para h = 30 cm e d = 1,5 cm. Arraste-a para baixo **(use as dicas apresentadas no apêndice da apostila)**. Complete toda a tabela realizando o mesmo procedimento. Após os cálculos, compare a Tabela 4 com a Tabela 1.

h(cm)---->	30,0	10,0	4,0	1,0
d(cm) ↓		t(s)		
1,5				
2,0				
3,0				
5,0				

Tabela 4. Valores do tempo de esvaziamento t calculados pela fórmula geral.

Voltando ao que foi afirmado na Introdução, estas generalizações devem explicar não só o que foi observado, mas também servem para **fazer previsões** quanto ao que ainda não foi observado. Assim, se a expressão encontrada é realmente geral, ela deve prever situações não incluídas na Tabela 1. Faça algumas previsões do tempo de esvaziamento t para os pares de h e de d sugeridos na Tabela 5.

h (em cm)	d (em cm)	t (em s)
6,0	1,0	
50,0	6,0	
60,0	4,0	

Tabela 5. Previsões para alguns valores de h e de d

Com base no que foi realizado nesta atividade responda:

P13. A expressão obtida é válida para qualquer tamanho de lata? Para qualquer tipo de líquido? Afinal qual é a limitação da função geral encontrada?

P14. Em sua opinião, que grandezas físicas determinam o valor da constante C_2?

P15. A partir do que pôde ser notado, como você avalia a sua hipótese inicial?

ATIVIDADE 02

1. TÍTULO: DETERMINAÇÃO DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE LOCAL.

2. OBJETIVOS

- Aprofundar o conhecimento sobre um movimento retilíneo com aceleração constante de uma partícula. Compreender e aplicar a idéia de modelo.
- Determinar experimentalmente a aceleração da gravidade.
- Expressar o resultado de uma medida em termos do valor médio e do desvio padrão.
- Comparar o resultado experimental com um valor padrão (erro relativo).
- Calcular o desvio padrão de uma medida.

3. INTRODUÇÃO

Nesta atividade vamos aplicar o conhecimento sobre **modelos** em Física. Neste caso, o modelo a ser aplicado é aquele que descreve o movimento de uma massa m que cai verticalmente uma altura h. Especificamente, estamos utilizando o modelo aplicado a um corpo real em queda onde:

- desprezamos a resistência do ar.
- consideramos que a aceleração de um corpo em queda de uma altura h é constante.

P1. Descreva algumas situações onde não podemos desprezar a resistência do ar.

P2. Descreva algumas situações onde não podemos considerar que a aceleração da gravidade é constante.

Assim, o **modelo** de uma partícula com aceleração constante é um **substituto para o problema real**, que pode ser muito mais complicado. Contudo, se a resistência do ar e qualquer variação de g são pequenas, o modelo deve fazer previsões que concordem *razoavelmente* com a situação real.

Para um corpo de massa m que é solto de uma altura h (ponto A) e chega ao ponto B, onde a aceleração considerada constante é $a_y = -g$, temos

Eq. Geral $y = y_0 + v_{0y}\, t + \frac{1}{2}\, a_y\, t^2$

De acordo com a figura 1 temos

$0 = h + 0 - \frac{1}{2}\, g\, t_q^2$ ou $\mathbf{g = 2\,h / t_q^2}$ **Equação 1**

Assim, medindo-se a altura h e o tempo de queda t_q poderemos obter o valor de g.

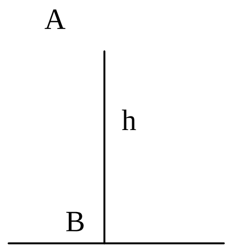
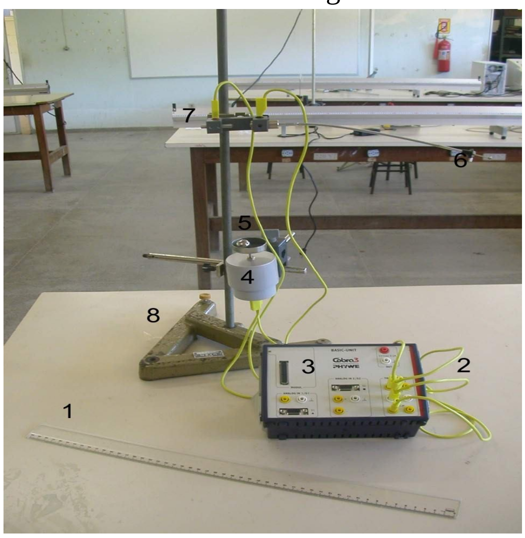


Figura 1

4. MATERIAL UTILIZADO

(1) Régua;
(2) Fios diversos;
(3) Sensor Phywe (Basic Unit/Phywe—Cobra3);
(4) Sensor de chegada da esfera (receptáculo);
(5) Esfera de aço;
(6) Liberador da esfera de aço;
(7) Gatilho da queda livre;
(8) Tripé e suporte;
(9) Computador



5. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

P3 - Diante do nosso conhecimento teórico, como podemos proceder para determinar o valor de g no local onde se realiza a experiência?

P4 - Pelo modelo exposto, quais são as grandezas que aparecem na expressão para o valor de g?

Em função do que foi exposto na introdução desta atividade o planejamento da experiência deve levar em conta a necessidade de se determinar o valor do tempo de queda para uma massa m de uma altura h.

P5. Qual a influência do valor da massa m nesse processo? Para a situação que estamos propondo, quem chegaria ao receptáculo primeiro: uma esfera de massa m ou uma esfera de massa 3m? Justifique a sua resposta.

P6 - Tente soltar uma massa m de uma altura h e medir o tempo de queda com o seu relógio de pulso. Você conseguiu? Seu resultado é confiável? Repita o processo algumas vezes e compare os resultados.

Para efeito de comparação estamos sugerindo que sejam feitas medidas do tempo de queda para três alturas diferentes. Estamos sugerindo h_1 = 10 cm; h_2 = 20 cm e h_3 = 30 cm. Os valores que você utilizar não precisam ser exatamente esses, mas algo em torno desses valores.

Como você já deve ter percebido na sua tentativa de medir o tempo de queda conforme solicitado em P4, o tempo de queda é pequeno e necessita de um aparelho mais sofisticado para a sua medida.

Apresentamos em seguida como você irá medir o tempo de queda de uma massa m de uma altura h. Após a realização das medidas será necessário fazer uma análise dos resultados e expressar esses resultados na forma g = $\overline{g} \pm \sigma_g$ onde $\overline{g}$ representa a média aritmética e σ_g representa o erro.

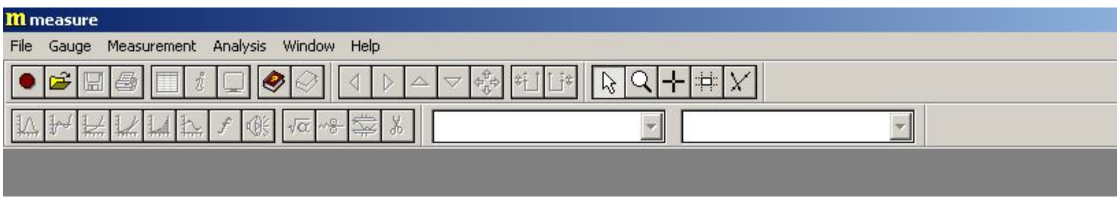
Esta experiência é feita utilizando o aparato experimental da figura acima. Siga as orientações para a sua utilização.

Este equipamento tem um sensor que mede o tempo de queda de uma esfera de aço. Prenda a esfera metálica mantendo pressionado o gatilho da esfera (item (6) da figura acima) e, utilizando o suporte, ajuste a altura h na qual você deseja medir o tempo de queda livre da esfera. Este tempo de queda será o registro de nossa experiência. Veja a sequência:

a) Para obter os dados do tempo de queda da esfera, você deve acionar o programa “measure” no diretório Phywe seguindo as instruções abaixo.

Menu Iniciar---→Programas---→Phywe---→Measure

b) Após invocar o programa Measure, você deverá ter na tela o seguinte menu:



Com o mouse acessar o menu: File → New Measuring
(ou simplesmente acione a figura com o botão vermelho no menu conforme mostrado acima).

Voce será levado imediatamente à Figura 2 ao lado.

Observe na figura 2 a configuração do sistema de medidas. Mantenha os campos como mostrado.

- Agora, prenda a esfera utilizando o gatilho e certifique-se de que o receptáculo esteja levantado antes de cada medida e que a esfera, ao ser solta irá de fato cair dentro do receptáculo (item 4, da lista de material utilizado);

- Você irá agora realizar uma primeira medida para a altura h_1. Para isto pressione o campo <Continue>. Você será levado à janela ilustrada na Figura 3. O sistema agora está preparado para registrar as medidas.

- Ao soltar a esfera, o circuito é aberto e só é desativado quando a esfera toca o receptáculo. Neste instante, você deverá obter sua primeira medida, conforme mostra a figura 4.

- O valor que aparece na figura 4 é o tempo de queda livre da esfera. Ao pressionar <Close>, você será levado à tela inicial do programa e, portanto, você deverá iniciar uma nova medida (10 medidas para cada valor de h)

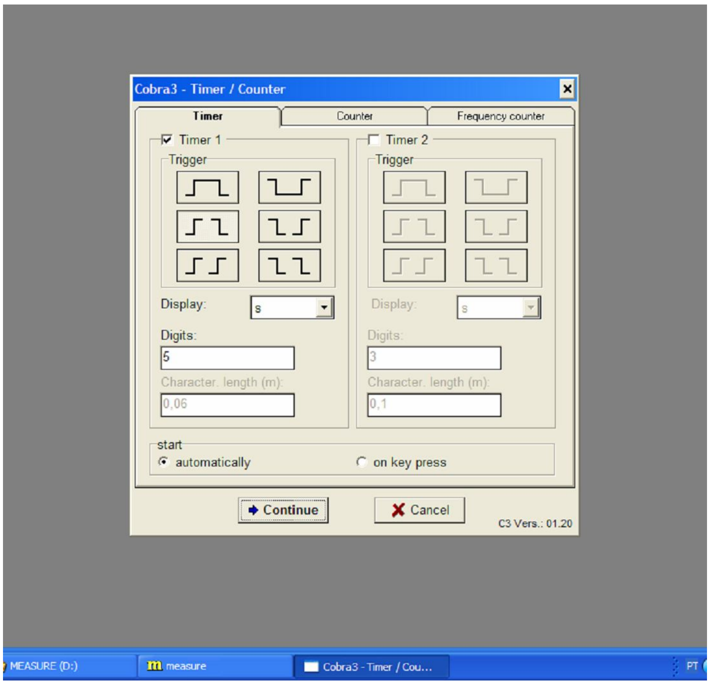


Figura 2

- Varie o valor de h para algo em torno de 20 cm e faça mais 10 medidas do tempo de queda. Faça o mesmo para h em torno de 30 cm

- Anote as medidas no seu caderno numa tabela semelhante à Tabela 1 apresentada na seção abaixo.

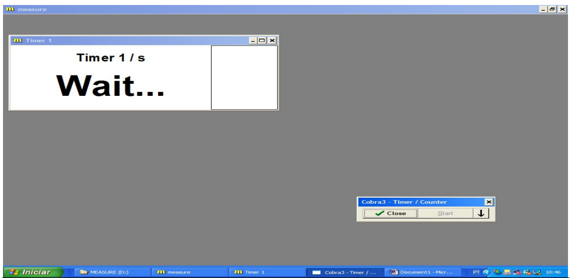


Figura 3

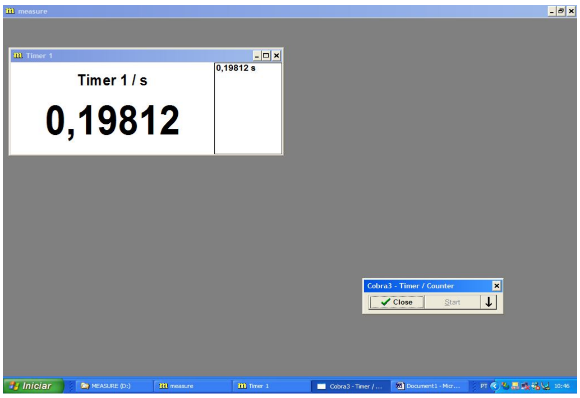


Figura 4

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Agora que você dispõe de 3 conjuntos de dados, deverá **fazer a análise dos resultados obtidos e expressar esses resultados na forma g =** $\bar{g} \pm \sigma_g$ onde $\bar{g}$ representa a média aritmética e σ_g representa o erro.

DETERMINAÇÃO DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE E DO DESVIO PADRÃO USANDO OS RECURSOS DA PLANILHA ELETRÔNICA.

Sugerimos abaixo uma estrutura de tabela para organizar seus dados e resultados dos cálculos. Não se esqueça de colocar na sua planilha todas as informações necessárias, como grandezas envolvidas e unidades, identificando claramente cada uma das colunas. Copie para a sua planilha a estrutura da Tabela 1. Registre, na coluna correspondente, todos os valores de tempo medidos pelo seu grupo.

Tabela 1

h(m)=	0,10		h(m)=	0,20		h(m)=	0,30	
t_i	g_i	$(g_i - \overline{g})^2$	t_i	g_i	$(g_i - \overline{g})^2$	t_i	g_i	$(g_i - \overline{g})^2$

	$\sum g_i$	$\sum(g_i - \overline{g})^2$		$\sum g_i$	$\sum(g_i - \overline{g})^2$		$\sum g_i$	$\sum(g_i - \overline{g})^2$
	$\overline{g}$	σ_g		$\overline{g}$	σ_g		$\overline{g}$	σ_g

Observação: o símbolo de "somatório" pode ser obtido através do menu "inserir" - "símbolo". Clique em cima de $\sum$ e depois feche a janela.

Use de preferência o sistema MKS. Lembramos que nesta experiência apenas os tempos e as alturas são dados primitivos. **Os valores de g_i serão calculados a partir da Equação 1, através das funções da planilha.**

Escolha a primeira célula da coluna correspondente a g_i na planilha e digite a expressão para g (Equação 1), **usando as informações contidas no apêndice sobre como inserir uma fórmula no Excel**. Calcule, assim, todos os valores de g para cada conjunto de valores de t obtidos para os diferentes valores de h. Não se esqueça de utilizar a função "arraste" para obter esses valores.

No final de cada uma das colunas de g_i, você pode invocar a função "*somatório*" de sua planilha acionando com o mouse o símbolo *Σ* que aparece no menu. Siga as instruções da sua planilha e selecione com mouse os dados a serem somados.

Para entender melhor o que faremos a seguir retome o conteúdo apresentado na introdução da apostila sobre medidas e erros (valor médio e desvio padrão). Esse conteúdo é essencial para que você compreenda o que significa $\sum g_i$ e $\sum(g_i - \overline{g})^2$, como esses são calculados e de que forma esses resultados são utilizados para determinar o valor médio de g e o desvio padrão de cada conjunto de medidas. Apresentamos abaixo algumas dicas básicas para realizar esses cálculos no Excel. Utilize-as em conjunto com as informações da introdução e do apêndice para realizar em sequência todos esses cálculos: $\sum g_i$, $\overline{g}$, $\sum(g_i - \overline{g})^2$ e, finalmente, chegar ao σ_g para cada conjunto de medidas.

A figura 4 ilustra uma forma possível de apresentação da planilha Excel. Note que os valores do tempo estão na coluna A a partir da célula 3, o valor de h está na célula B1 e a expressão para o calculo de g está na célula B3. Depois de inserir a fórmula, "arraste-a" com o mouse para as demais células da coluna.

Deve surgir em cada célula o valor correspondente de g_i (para detalhes sobre como inserir as fórmulas e fazer os cálculos ver o apêndice).

	A	B
1	h(m)=	0,10
2	ti(s)	gi(m/s^2)
3	0,021	= (2*B1)/Potencia(A3;2)
4	0,025	
5	0,022	
6	0,024	

Figura 4.

Exprima a aceleração gravitacional local na forma $g = \overline{g} \pm \sigma_g$ obtido para cada altura h. Escreva o valor de σ_g com apenas um significativo. O número de algarismos significativos de g deverá ser dado em função de σ_g.

Para exemplificar, se os resultados forem $\overline{g}$ = 9,8723457 m/s^2 e σ_g = 0,06127, então σ_g =0,06 (um significativo) o que indica que o erro no valor de g está na 2ª casa decimal. Portanto, neste exemplo, o valor de g será escrito como g = (9,87±0,06) m/s^2.

Após o preenchimento da planilha escreva na Tabela 2 os valores da aceleração da gravidade para cada conjunto de medidas na forma g = $\overline{g} \pm \sigma_g$.

Tabela 2 – valores encontrados para a aceleração da gravidade a partir das medidas.

altura h	valores encontrados para g = $\overline{g} \pm \sigma_g$
h_1 = 0,10 m	g_1 =
h_2 = 0,20 m	g_2 =
h_3 = 0,30 m	g_3 =

Comparação dos valores de g

P7. Analise e compare os três valores de g (um para cada altura) determinados nos itens anteriores. Qual deles é o mais confiável. Qual deles é o mais preciso. Por quê?

P8. Você pode afirmar que houve variação de g com a altura h? Por quê?

P9. Compare o seu melhor valor com o valor da gravidade aqui no laboratório medido com um gravímetro LaCoste & Romberg g=9,78107 m/s^2. Qual o erro em suas medidas?

P10. Considerando os 10 valores de g obtidos para uma dada altura, você considera que o erro na medida de h pode ser considerado um erro sistemático? Justifique.

P11. O erro sistemático, uma vez identificado, pode ser corrigido. Se você considerar que o valor médio de g que você calculou não está correto devido a um erro sistemático na medida de h, qual deveria ser o valor correto de h para cada uma das alturas? (Dica: Analise como o h entra no cálculo da média e observe que a média de g depende linearmente de h).

P12. Calcule o erro cometido na medida de h, ou seja, a diferença entre o valor suposto correto e o valor que você mediu. Qual é o erro relativo?

P13. Você considera estes erros aceitáveis?

Determinação da aceleração da gravidade e do desvio padrão usando as funções pré-definidas na planilha eletrônica.

Realizamos anteriormente o cálculo passo a passo do desvio padrão e do valor médio de g. Nossa intenção era que você aprendesse a inserir fórmulas no Excel e compreendesse, através desse exemplo, como são calculadas especificamente essas grandezas.

No caso do desvio padrão e do valor médio, no entanto, o Excel pode realizar os cálculos de modo muito simples, a partir do momento em que você insere os dados de origem em sua planilha. Acompanhe a seguir como isso ocorre, repetindo os procedimentos apresentados.

Acione uma célula qualquer vazia abaixo do último valor de g_i. Nela você vai calcular o valor médio dos g_i, acionando no menu:

Inserir→ Função → Estatística→ Média → OK

aparecerá na tela um quadro solicitando o campo de dados. Indique os dados digitando o campo ou usando o seu mouse. Pressione OK. Surgirá na célula acionada o valor médio de g.

Para calcular o desvio padrão, ative a célula abaixo daquela onde você determinou o valor médio de g e siga os passos:

Inserir→ Função → Estatística→DESVPAD→ OK

Escreva, para cada uma das alturas, a aceleração gravitacional local na forma $g = \bar{g} \pm \sigma_g$.

Note, portanto, que o uso dos recursos da planilha eletrônica facilita muito os cálculos de grandezas como o desvio padrão e o valor médio. Mas, ao utilizar esses recursos, você precisa saber como foram feitos os cálculos e o que significam. Por isso, insistimos em recomendar que você realize e compreenda os procedimentos passo a passo mostrados nessa atividade. É importante frisar que **você deve saber inserir fórmulas no Excel**, pois assim será capaz de realizar todos os cálculos que deseja, e não apenas acessar os já disponíveis no Excel.

Observação: Determinação da aceleração da gravidade e do desvio padrão usando a calculadora científica.

Uso da calculadora. As calculadoras científicas possuem funções estatísticas pré-definidas. Na maioria dos modelos, para ativá-las, pressiona-se a tecla ”MODE” e escolhe-se a opção “SD” que se entende por “Standard Deviation” cuja tradução é “desvio padrão”. No visor da calculadora deverão aparecer as siglas “SD” ou “STAT”. Com esta opção ficam disponíveis as funções para o cálculo da média ($\overline{x}$), do desvio padrão (σ_{n-1}) e outras funções estatísticas. Os dados são armazenados acionando-se a tecla “DAT”. Em algumas calculadoras o desvio padrão é representado pela letra “s”.

Note que nas calculadoras existe o símbolo σ_n o qual designa desvio padrão da média que é um conceito mais complexo que o desvio padrão de uma medida e não será usado neste curso. Neste curso adotaremos, por simplicidade, o símbolo σ_g (letra grega com o símbolo da grandeza física) para designar o desvio padrão de uma medida que nas calculadoras é simbolizada por σ_{n-1}. Os alunos que estiverem interessados em maiores informações sobre desvio padrão podem obtê-las no Guia para Física da UNICAMP, indicado como *link* no apêndice da apostila.

No computador, as funções estatísticas da “calculadora” são acionadas através da tecla “STA”. A tecla “AVE” fornece o valor médio e a tecla “s” o desvio padrão. Os dados são introduzidos através da tecla “DAT”. Quando se aciona a tecla “STAT” deve surgir na tela a “caixa de estatística” que lhe mostrará os dados à medida que estes forem inseridos.

ATIVIDADE 03

1. TÍTULO: LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS

2. OBJETIVO:

- Utilizar as equações do movimento em duas dimensões: lançamento horizontal.
- Aplicar a lei da Conservação da Energia Mecânica para o movimento de uma massa m no campo gravitacional.
- Diferenciar as energias de translação e de rotação que ocorrem no rolamento da esfera no trilho.
- Entender o significado do desvio padrão de uma medida.
- Entender o conceito de modelo.
- Identificar o modelo mais adequado para o movimento de rolamento.

3. MATERIAL UTILIZADO:

- Rampa de lançamentos
- Esfera de massa m e raio r = 0,016m
- Régua, papel carbono e papel branco

4. INTRODUÇÃO

Nesta atividade vamos analisar o movimento de uma esfera que desce rolando um trilho e é lançada horizontalmente a partir deste, conforme mostra a figura. A esfera percorre uma distância horizontal OA.

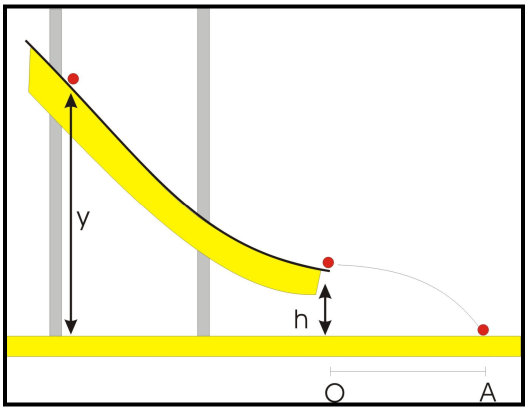


Figura 1

Nesta atividade será novamente abordada a idéia de modelo. Qual o melhor modelo para descrever o movimento de rolamento? É possível considerar o rolamento como se fosse um deslizamento (movimento de translação da esfera sem levar em conta o movimento de rotação)?
Você deverá ter as respostas para essas perguntas ao final desta atividade.

Para podermos respondê-las, vamos precisar rever alguns conceitos:

- Conservação de energia mecânica no campo gravitacional
- Energia potencial gravitacional
- Energia cinética de translação
- Energia cinética de rotação
- Energia no movimento de rolamento e a condição de rolamento.
- Movimento em duas dimensões, num plano vertical, após a esfera ser lançada horizontalmente do trilho

É importante que você faça uma revisão prévia desses conceitos para compreender a fundamentação teórica aplicada nessa atividade. Consulte em livros-texto capítulos sobre Movimento num Plano, Conservação da Energia e Dinâmica da Rotação.

Feita a revisão, considere a Figura 1 onde uma esfera metálica é abandonada no ponto I, situado a uma altura y do plano da mesa, e atinge o ponto de lançamento O situado a uma altura h. Depois de passar pelo ponto de lançamento O, a esfera atinge o ponto A situado sobre a mesa.

Para praticarmos a idéia de modelo, considere as duas situações apresentadas a seguir.

a) Desprezando a energia cinética de rotação associada ao movimento da esfera.

I

Considere a Lei da Conservação da Energia Mecânica entre os pontos I e O e as equações horárias de lançamento de um projétil no plano entre os pontos O e A.

P 1. Mostre que o alcance A_{SR} obtido horizontalmente (distância AO) quando a esfera é largada de uma altura **y** na rampa de lançamento, é dada por:

$$A_{SR} = 2\sqrt{(y-h)h} \qquad \textbf{(Equação 1)}$$

Observação: Usamos aqui a expressão "alcance" no sentido do senso comum. Seria mais adequado usarmos a expressão "distância percorrida". Em Física, o conceito de alcance está relacionado com a distância percorrida quando o objeto sobe e desce, voltando à mesma altura do ponto de lançamento (ver, por exemplo, SERWAY, 2004, vol. 1, p. 85).

b) Considerando a energia cinética de rotação da esfera.

A energia cinética de rolamento de uma esfera é dada por ½ m v^2_{cm} + ½ I_{CM} w^2. Onde $I_{CM} = \frac{2}{5}mr^2$ é o momento de inércia da esfera em relação ao seu centro de massa, v_{CM} é a velocidade de translação do centro de massa da esfera, w é a velocidade angular de rotação da esfera em torno do eixo que passa pelo centro de massa da esfera.

Considere a Lei da Conservação da Energia Mecânica entre os pontos I e O e as equações horárias de lançamento de um projétil no plano entre os pontos O e A.

P. 2 Mostre que a distância OA, representada nesse caso por A_{CR}, percorrida horizontalmente pela esfera, quando largada de uma altura **y** na rampa de lançamento, é dada por:

$$A_{CR} = 2\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)(y-h)h} \qquad \textbf{(Equação 2)}$$

As equações 1 e 2 serão retomadas ao longo dessa atividade. Aplicaremos a Lei de Conservação da Energia Mecânica ao movimento de uma esfera maciça que desce rolando uma rampa e é lançada horizontalmente no espaço. Usaremos os conceitos de valor médio das medidas e desvio padrão como descritos nas atividades anteriores.

5. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

P3. Como podemos analisar qual será o melhor modelo para descrever o rolamento da esfera? Faça uma previsão inicial neste momento e, no final da atividade, julgue se a sua previsão estava correta ou não. Justifique a sua previsão.

Na presente atividade, realizaremos o **confronto entre diferentes modelos teóricos**. Esse confronto ocorrerá quando os alcances previstos por tais modelos forem comparados aos resultados da experiência que você irá realizar a partir de agora.

Sobre a sua bancada encontra-se uma rampa de lançamentos de onde uma esfera deverá ser largada. Pelos resultados das equações 1 e 2 vamos precisar medir os valores de h e de y, conforme mostra a **Figura 1.**

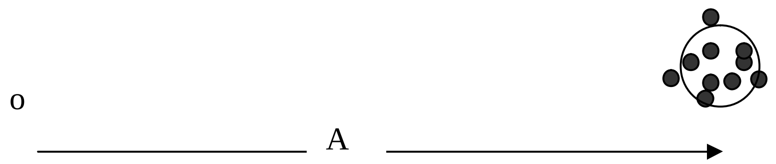
a) Meça a altura **h, da** extremidade da rampa à bancada , e anote no quadro seguinte.

h (em cm)	

b) Com o fio de prumo, identifique sobre o papel branco o ponto **O,** a partir do qual será medido o alcance horizontal da esfera quando ela é lançada.

c) Para cada altura y , repita dez vezes o procedimento de soltar a esfera, de modo que ela caia na folha de carbono colocada sobre o papel branco fixado na mesa, deixando neste as marcas dos pontos de impacto.

P 4 Identifique as marcas como as distâncias horizontais percorridas para cada altura **y**. Meça-as e anote na Tabela 1 os resultados. O valor médio e o desvio padrão devem ser obtidos como mostra o quadro abaixo.



O alcance médio $\overline{A}$ é a medida ao centro do círculo. A medida do raio do círculo representa o desvio padrão de **A (σ_A)**.

De acordo com a estatística o círculo por você esboçado e cujo raio é **σ_A**, deve conter 68% dos dados. No nosso exemplo, embora apenas avaliado, o raio da circunferência representa uma boa aproximação do desvio padrão (**σ_A) do alcance A**.

Figura 2 – Leitura do valor médio $\overline{A}$ e do desvio padrão σ_A

Encontre a média de A, o desvio padrão de A (**σ_A)** e preencha a tabela.

Tabela 1 (Valores experimentais)

y (cm)	30	35	40	45	50
$\overline{A}$ (cm)					
σ_A					

P. 5 - Muitos alunos têm dificuldade para compreender o significado do desvio padrão e do valor médio, e entender como são feitos os cálculos dessas grandezas.
Na presente atividade, utilizamos o recurso de medir o raio do círculo que englobava os pontos experimentais. Assim, obtivemos o desvio padrão. E, medindo a distância do centro do círculo ao ponto de lançamento, calculamos o alcance médio para determinada altura.
Calcule agora, tal como fizemos na **Atividade 2**, o alcance médio e o desvio padrão para o conjunto de pontos obtidos para a altura 50 cm. Para isso, meça, uma a uma, as distâncias entre o ponto de

lançamento e a marca obtida experimentalmente no papel. Registre esses dados em forma de tabela e utilize os recursos da planilha eletrônica para fazer os cálculos das grandezas desejadas.

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Agora que você já dispõe dos valores das alturas h e y, e também dos alcances da esfera para cada altura y, podemos iniciar a análise dos resultados experimentais**. Compararemos esses resultados às previsões dos modelos teóricos que consideraram ou não o rolamento da esfera**.

Para fazer essa comparação você deverá **utilizar a planilha eletrônica para fazer gráficos dos alcances** $\overline{A}$ em **função das alturas y**. Inicialmente, calcule as previsões teóricas para as distâncias percorridas pela esfera para cada y, segundo os dois modelos estudados anteriormente. Para isso, insira no Excel a **Tabela 2** abaixo e utilize as **Equações 1 e 2** para fazer os cálculos diretamente na planilha eletrônica. É importante não fazer os cálculos um a um com uma calculadora, mas sim inserir adequadamente as equações no Excel, arrastar o mouse para encontrar os resultados e assim preencher a tabela com as previsões teóricas. Desse modo, nos preparamos para as situações em que temos que lidar com um grande volume de dados.

Tabela 2

(valores encontrados a partir dos modelos teóricos, A_{SR} e A_{CR}, e resultados experimentais $\overline{A}$)

y (cm)	30	35	40	45	50
A_{SR} (cm)					
A_{CR} (cm)					
$\overline{A}$ **(cm)**					

A partir da **Tabela 2,** faça um gráfico do alcance previsto pelo modelo teórico sem rotação em função da altura y. Sobreponha no mesmo gráfico, a curva para o alcance previsto pelo modelo teórico com rotação em função da altura y. Sobreponha também a curva para os alcances obtidos experimentalmente para cada altura y. **Siga as instruções do apêndice da apostila** e os procedimentos já trabalhados nas atividades anteriores. No apêndice, há inclusive indicações para quando “você precisa sobrepor uma curva a outra”.

Após inserir as três curvas que representam os dados experimentais e os dois modelos teóricos, em um mesmo gráfico, você deverá encontrar algo parecido com o gráfico abaixo.

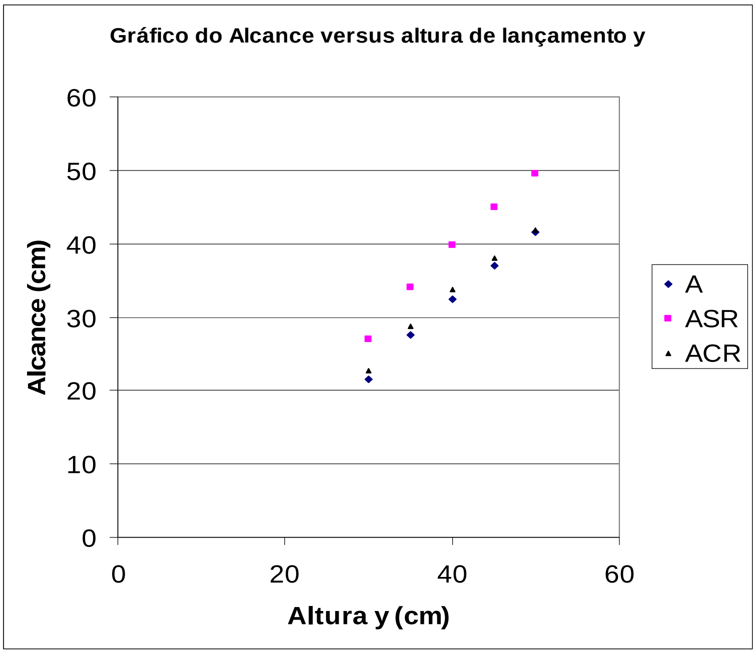


Figura 3

P6. Pelo resultado do gráfico você já pode identificar qual modelo teórico mais se aproxima dos resultados experimentais. Por que estamos utilizando a palavra **"aproxima"** e não "coincide"? Dica: reflita sobre o significado do termo "modelo".

Para uma análise mais consistente dos resultados é usual colocarmos **a barra de erros em torno dos pontos experimentais**. A barra de erros nada mais é do que a representação gráfica do desvio padrão σ_A. Para introduzir a barra de erros no seu gráfico, você deve levar em conta a dispersão das medidas para mais e para menos em torno do valor de $\overline{A}$. Essa dispersão é dada pelo desvio padrão obtido anteriormente, o que significa dizer que a barra de erros provém do desvio padrão do conjunto de medidas**.** Para inserir a barra de erros, **recorra ao apêndice da apostila**, onde esse tema é tratado.

Após a inserção da barra de erros, o seu gráfico ficará como mostrado abaixo.
Observação: É possível que você não consiga visualizar imediatamente a barra de erros no seu monitor. Isso se deve ao fato de os valores de desvio padrão serem pequenos se comparados à escala utilizada no gráfico. Se isso ocorrer, utilize o zoom do Excel para tentar visualizá-la.

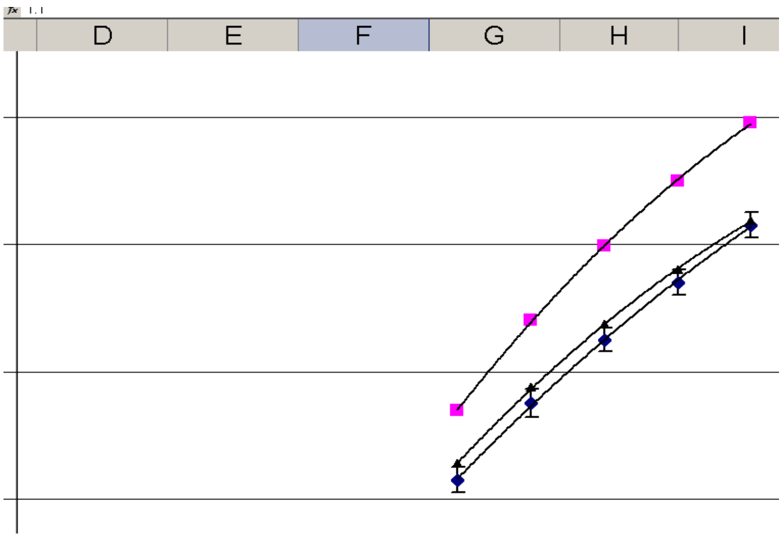


Figura 4 – Linhas de tendência para dados experimentais e teóricos e representação da barra de erros.

P 7 – Reflita sobre o significado da barra de erros. Por que a inserimos apenas para os pontos experimentais?
P 8 - Analisando as três curvas e levando em conta a barra de erros, identifique qual dos modelos teóricos melhor descreve a experiência realizada, justificando a sua escolha. A que você atribui as diferenças entre as curvas?
P 9 – Avalie, considerando o significado da barra de erros, se os seus resultados experimentais são bons.

ATIVIDADE 04

1. TÍTULO: SEGUNDA LEI DE NEWTON

2. OBJETIVOS:

- Estudar experimentalmente a validade da Segunda Lei de Newton para um caso particular.
- Trabalhar com situações idealizadas sem atrito (caso do trilho de ar).
- Desenvolver procedimentos de análise de dados experimentais.

3. MATERIAL UTILIZADO

(1) Canhão de ar;
(2) Corpo de massa m_1 (cavaleiro)
(3) Trilho de ar;
(4) Sensor Phywe (Basic Unit/Phywe—Cobra3);
(5) 3 pastilhas de massa 10 g cada;
(6) Porta-peso (10g);
(7) Sensor Phywe com polia dentada;
(8) Fios diversos, cabos, barbante e computador

Figura 1

4. INTRODUÇÃO

Utilizaremos nessa atividade o aparato experimental da **Figura 1** acima. Para um bom desempenho, você deverá conhecer toda a fundamentação teórica sobre os fenômenos físicos que serão aqui estudados. Para isso, é essencial que sejam consultados em livros-texto os capítulos sobre a Segunda Lei de Newton e aplicações. Concomitantemente ao estudo experimental dos conceitos teóricos, você irá desenvolver procedimentos de análise baseados no uso da planilha eletrônica.

P1. Descreva o que é a segunda lei de Newton e em que situações ela se aplica.
P2. Qual a sua representação matemática?

Na ciência, leis (como as de Newton, Hooke, Ohm, Faraday, etc.) expressam **regularidades** observadas na natureza. É possível encontrar **evidências experimentais favoráveis à validade de uma determinada lei**, mas não podemos dizer que somos capazes de prová-la ou comprová-la, pois isso fere diretamente a natureza provisória do conhecimento científico.

De maneira sucinta, a presente experiência permite estudar a validade da 2a. Lei a partir de um exemplo clássico da Mecânica esquematizado na **Figura 2**, onde o atrito da mesa (representado pelo trilho de ar na **Figura 1**) e as massas da corda e da polia são considerados desprezíveis. Trata-se, portanto, de um modelo.

Sabemos que a 2a. Lei pode ser aplicada a cada corpo isoladamente ou ao sistema de massa $m_1 + m_2$.

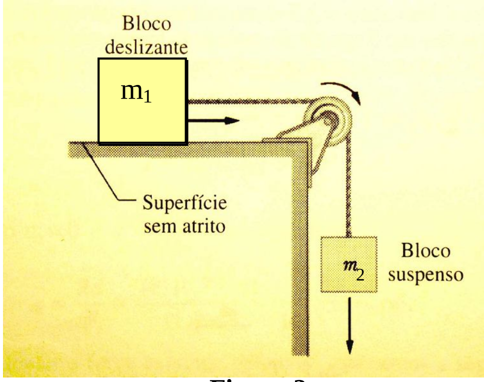


Figura 2

P3. Identifique quem está "puxando" o sistema formado pelas massas $m_1 + m_2$ ou seja, qual é a força resultante atuando sobre o sistema.

P4. Deduza e escreva no quadro abaixo a expressão matemática para a aceleração resultante **a**, de acordo com a Segunda Lei de Newton, para o sistema de massa $m_1 + m_2$, mostrado na **Figura 2**.

Equação 1:

Na presente experiência, m_1 representa o cavaleiro com eventuais pastilhas acopladas a ele, e m_2 o porta-peso também com eventuais pastilhas acopladas. **A massa total (m_1+m_2) do sistema deverá sempre permanecer constante durante o experimento.** Isso é necessário para podermos estudar a variação da aceleração resultante em função da variação da força aplicada ao sistema, o que significa variar a massa m_2**.**

P5. Como podemos manter $m_1 + m_2$ constante e, ao mesmo tempo, variar a massa m_2?

Nessa atividade, **variaremos a intensidade da força resultante *F* através da alteração da massa m_2 e mediremos a aceleração resultante do sistema**. Será que esses resultados obtidos experimentalmente podem ser razoavelmente previstos pela segunda Lei de Newton? Isto é, será que a aceleração resultante concorda razoavelmente com o que seria obtido pela **Equação 1** para cada situação em que determinada força é aplicada (de acordo com o valor de m_2)? Ou, refazendo essas perguntas: será o nosso modelo teórico (a Segunda Lei de Newton) é válido?

Para respondermos a essas questões é necessário compararmos os resultados experimentais às **previsões teóricas obtidas a partir da Segunda Lei de Newton** para cada caso a ser estudado**.** No item a seguir você fará essas previsões.

P6. Utilize a balança para medir a massa do cavaleiro. Iniciaremos o experimento com o porta-peso vazio e todas as pastilhas no cavaleiro. Nesse caso, portanto, a massa m_2 é de 10g (massa do próprio porta-peso) e a massa m_1 é equivalente à massa do cavaleiro + 30g. A força resultante *F* é conhecida, já que a massa m_2 é conhecida. Utilizando a equação 1, você é capaz de calcular a acelaração resultante **a,** que chamaremos aqui de $\mathbf{a}_{\text{teórica}}$. Preencha, assim, a primeira linha da **Tabela 1**. Não se esqueça de transformar a massa para Kg.

Na segunda situação que iremos investigar, colocaremos uma pastilha no porta-peso, de modo que a massa m_2 nesse caso seja de 20 g. Manteremos as demais pastilhas no cavaleiro. Para essa situação, faça os mesmos cálculos e preencha a segunda linha da tabela. Faça o mesmo para a terceira e quarta situação experimental que investigaremos em seguida: duas pastilhas no porta-peso e, depois, três pastilhas no porta-peso.

Massa m_2	Força Resultante (F)	Aceleração Teórica (a_{teo})	Aceleração Experimental (a_{exp})
10g			
20g			
30g			
40g			

Tabela 1

Você obteve na tabela acima as previsões teóricas para os casos que irá analisar a seguir. Algumas outras considerações teóricas são necessárias antes de realizarmos os procedimentos experimentais.

O sensor Phywe de que dispomos realizará medidas de espaço e tempo, registrando o deslocamento do cavaleiro. A partir dessas medidas, podemos estudar seu movimento.

P7. Que tipo de movimento ocorre na situação mostrada na **Figura 2**? Reflita sobre a força que coloca o sistema em movimento: é uma força constante ou variável? Como será então a aceleração?

P. 8 Para o tipo de situação descrita anteriormente, escreva abaixo função horária que relaciona espaço e tempo.

Equação 2

No caso da presente atividade, portanto, como a força que faz o sistema se mover é constante, a aceleração do sistema também é constante. Para esse tipo de movimento, a posição do corpo em função do tempo é dada pela **Equação 2**, onde as constantes $\mathbf{v_o}$ e $\mathbf{s}_o$ representam as condições iniciais e **a** é a aceleração do corpo. Note que, matematicamente, a expressão é um polinômio do 2° grau.

Essas considerações serão importantes para a análise dos resultados na seção 6a.

5. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Agora você vai realizar os procedimentos experimentais para determinar a aceleração ($a_{experimental}$) para cada valor da massa m_2.

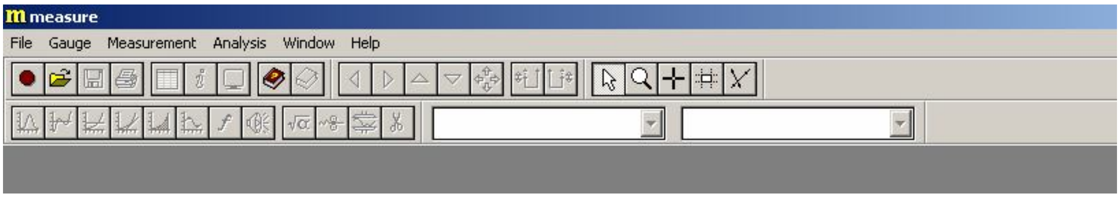
A presença do trilho de ar nesse equipamento experimental nos permite desprezar o atrito. A montagem e a interface com um computador permitem registrar na tela do mesmo o espaço ***s*** percorrido no trilho de ar pelo cavaleiro em função do tempo ***t.*** Esses dados são mostrados na forma de um gráfico, a partir do qual você poderá obter o **valor da aceleração do sistema para cada força aplicada**. Para isso siga os procedimentos abaixo:

a) Ligue o canhão de ar e **verifique que o atrito é minimizado**. Coloque inicialmente o porta-peso vazio (m_2=10 gramas) de modo que, ao soltá-lo, ele cairá e puxará o cavaleiro através do barbante, o qual, por sua vez, girará a polia. Este deslocamento da polia será registrado pela interface Cobra. Verifique que isto, de fato, ocorre com sua experiência. Certifique-se de que o barbante não desliza na polia.

b) Para obter os dados da distância percorrida pelo cavaleiro, você deve acionar o programa "Measure" no diretório Phywe seguindo as instruções abaixo:

Menu Iniciar---→Programas---→Phywe---→Measure

c) Após invocar o programa Measure, você deverá ter na tela o seguinte menu:



d) Com o mouse acessar o menu:

File → New Measuring

Voce será levado imediatamente à **Figura 3** abaixo.

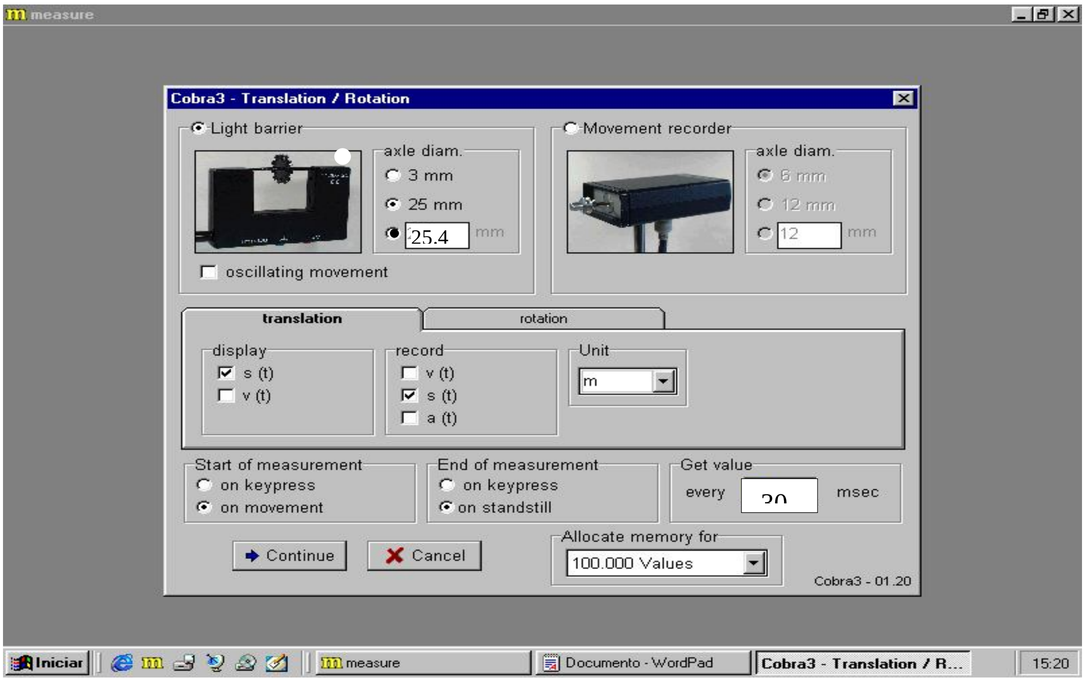


Figura 3

Observe na figura a configuração do sistema de medidas. O sistema está configurado para **iniciar e finalizar as medições automaticamente.** Durante o período ativo, deve registrar uma medição de *s* e de *t* a cada 30 ms. Mantenha os campos como mostrados na F**igura 3.**

e) Para realizar a primeira medida pressione o campo <Continue>. Você será levado à janela ilustrada abaixo. O sistema agora está preparado para registrar as medidas.

f) Acione o canhão de ar e segure o cavaleiro. Certifique-se de que o barbante que o liga ao porta-peso passa pela polia.

g) Solte o cavaleiro. Os dois corpos ganharão velocidade. Finalmente, o porta-peso tocará o solo e o cavaleiro atingirá o final do trilho. Automaticamente o sistema cessará a aquisição de dados.

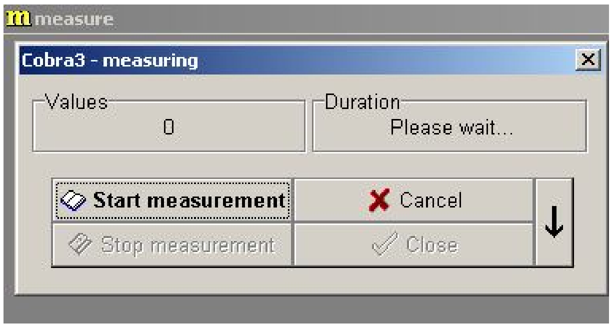


Figura 4

h) Aparecerá no seu monitor um gráfico parecido com o da **Figura 5** mostrado na página a seguir.

i) O gráfico da **Figura 5** mostra o deslocamento em função do tempo. Repare que nesta experiência até aproximadamente 2,3 s o gráfico indica uma curvatura num certo sentido e, após este instante, uma curvatura em sentido contrário. A mudança na curvatura indica que o corpo iniciou a colisão com o batente

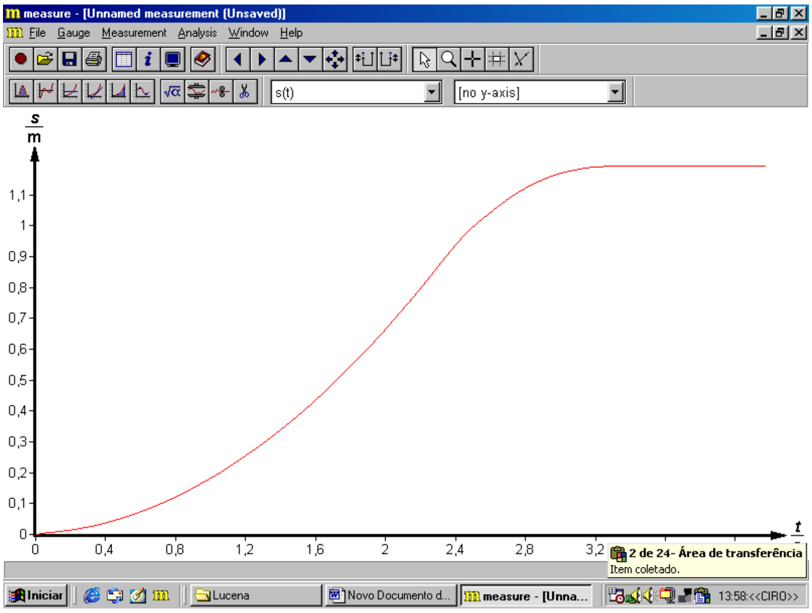


Figura 5

j) Você agora pode visualizar os valores numéricos registrados nesta medida. Escolha no menu:

Mesurement→Data table

Uma tabela surgirá na sua tela, conforme mostra a figura abaixo:

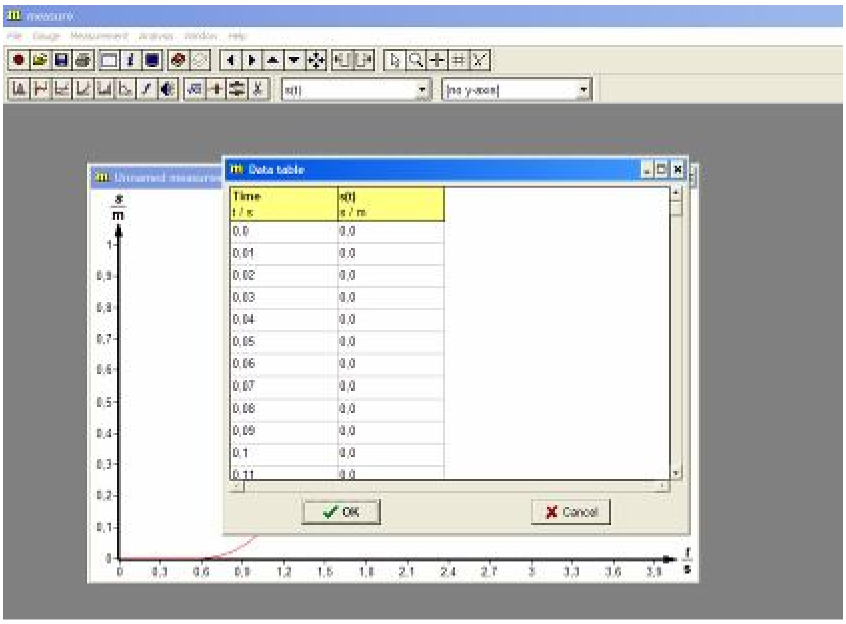


Figura 6

Você pode navegar por esta tabela utilizando o *mouse*, ou as setas do teclado. No caso ilustrado acima, os dados "úteis" para nossa experiência são aqueles entre 0,0 e 2,3 s, isto é, temos 2,3 s de dados.

k) Você pode salvar suas medidas num arquivo, escolhendo:

Measurement→Export data.

Surgirá um painel de opções, como a figura ao lado. Escolha "Save to file" e "Export as numbers". Além disso, você deve preencher os dois quadros seguintes colocando o intervalo de interesse. No caso do nosso exemplo acima seria “from 0,0” to “2,3”. Pressione “OK”.

Para salvar os seus dados siga os procedimentos já utilizados em outras práticas anteriores. O arquivo será salvo como texto e poderá ser lido por outros programas.

l) Realize as outras medidas variando as massas que vão no porta-peso. Utilize as massas de 20, 30 e 40g, **mantendo a massa total do sistema (m_1 + m_2) constante**. Para cada massa utilizada, você deve criar um arquivo correspondente o qual será gravado como no item anterior.

P 9. Diante do que você acabou de registrar, qual é o seu conjunto de dados para análise?

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1. Organização dos dados e confecção dos gráficos.

a) Considere:

a→ aceleração sofrida pelo corpo sobre o trilho de ar;
g→ aceleração da gravidade (utilize um valor padrão para o local g = 9,78 m/s^2);
m_1→ massa total do corpo sobre o trilho de ar;
m_2→ massa total do porta-pesos (a massa do próprio porta-pesos é 10g).
(m_1 + m_2) → constante

b) Determinação da aceleração do sistema cavaleiro - porta-peso.

Como vimos no item **P8**, através do gráfico da posição em função do tempo (**s *versus* t**), você pode encontrar a aceleração do sistema para os diferentes valores de massas m_2 utilizadas no experimento. Os gráficos, bem como a determinação das acelerações através desses, serão feitos no computador através da planilha eletrônica seguindo os passos **mostrados no apêndice.**

c) Siga as orientações do apêndice contidas no item “importação de dados”. Importe os dados para cada uma das diferentes massas m_2, ou seja, 10g, 20g, 30g, 40g. Você deve obter na sua planilha colunas como as mostradas na **Figura 7**. A 1ª coluna contém as medidas de tempo (t). A 2ª coluna mostra as correspondentes posições (s) do cavaleiro.

Gráfico 1

	A	B	E	F	G	J	K	N	O	R	S
1			Dados da Atividade : 2a. Lei de Newton								
2	10 gramas			20 gramas		30 gramas		40 gramas			
3	Time	s(t)		Time	s(t)	Time	s(t)	Time	s(t)		
4	t/s	s/m		t/s	s/m	t/s	s/m	t/s	s/m		
5											
6	0	0		0	0	0	0	0	0		
7	0.01	0.003		0.01	0.003	0.01	0.003	0.01	0.003		
8	0.02	0.005		0.02	0.005	0.02	0.005	0.02	0.005		
9	0.03	0.006		0.03	0.006	0.03	0.006	0.03	0.006		
10	0.04	0.007		0.04	0.006	0.04	0.007	0.04	0.006		
11	0.05	0.007		0.05	0.006	0.05	0.008	0.05	0.007		
12	0.06	0.008		0.06	0.007	0.06	0.009	0.06	0.007		
13	0.07	0.008		0.07	0.007	0.07	0.011	0.07	0.009		
14	0.08	0.008		0.08	0.009	0.08	0.012	0.08	0.01		
15	0.09	0.008		0.09	0.01	0.09	0.013	0.09	0.012		
16	0.1	0.009		0.1	0.011	0.1	0.015	0.1	0.014		
17	0.11	0.01		0.11	0.013	0.11	0.016	0.11	0.016		
18	0.12	0.011		0.12	0.014	0.12	0.018	0.12	0.018		
19	0.13	0.011		0.13	0.015	0.13	0.02	0.13	0.02		
20	0.14	0.012		0.14	0.016	0.14	0.022	0.14	0.022		
21	0.15	0.013		0.15	0.018	0.15	0.025	0.15	0.025		
22	0.16	0.014		0.16	0.02	0.16	0.027	0.16	0.027		
23	0.17	0.015		0.17	0.021	0.17	0.029	0.17	0.03		
24	0.18	0.015		0.18	0.023	0.18	0.032	0.18	0.033		
25	0.19	0.016		0.19	0.025	0.19	0.034	0.19	0.036		
26	0.2	0.017		0.2	0.027	0.2	0.037	0.2	0.039		
27	0.21	0.018		0.21	0.029	0.21	0.04	0.21	0.043		
28	0.22	0.02		0.22	0.031	0.22	0.044	0.22	0.047		
29	0.23	0.021		0.23	0.033	0.23	0.047	0.23	0.051		

Figura 7

d) Para construir o gráfico de interesse.

Para $m_2 = 10g$, construa um gráfico de "s *versus* t" do tipo dispersão, seguindo as recomendações do **apêndice** e procedimentos já realizados em outras atividades. Cuidado para não confundir abscissas e ordenadas! Além disso, observe com atenção os dados de sua planilha e certifique-se de que a seleção de dados para o gráfico se restringe aos valores correspondentes ao movimento acelerado.

Sobreponha as curvas para as outras massas neste mesmo gráfico (siga as instruções do **apêndice** para realizar essa sobreposição). Não se esqueça de dar nomes a essas curvas para diferenciá-las umas das outras.

6.2. Linha de Tendência.

Siga as instruções do **apêndice** para inserir a linha de tendência para cada conjunto de pontos. Escolha o ajuste polinomial e formate as linhas de tendência. Peça para exibir o valor de R-quadrado.

P10. Escreva as equações obtidas no Excel como **s** em função de **t.**
P11. Compare a equação obtida em cada caso com a **Equação 2** teórica. Por que razão foi escolhida a linha de tendência tipo polinomial?
P12. Qual é o significado da constante independente na equação determinada?
P13. Qual o significado da constante do termo linear?
P14. Qual o significado da constante do termo quadrático?
P15. Determine o valor da aceleração do sistema $\mathbf{a_{exp}}$ para $m_2 = 10g$. Repita o procedimento para as demais seqüências a fim de determinar as acelerações em cada caso e registre-as na **Tabela 1** abaixo.
P16. Identifique para cada caso a força resultante (**F**) que, atuando sobre o sistema, provocou as acelerações calculadas no item anterior. Feito isto, complete a tabela abaixo.

Massa m_2	Força Resultante (F)	Aceleração Teórica (a_{teo})	Aceleração Experimental (a_{exp})
10g			
20g			
30g			
40g			

Tabela 1

P17. Na sua planilha eletrônica, faça o gráfico da força resultante (**F**) versus a aceleração ($\mathbf{a}_{exp}$) do sistema. Escolha a linha de tendência que melhor se ajusta aos dados (lembre-se de comparar os valores de Rquadrado) e formate-a (ver **apêndice**).

P 18. Considerando o nosso objetivo de estudar a validade da 2ª Lei de Newton, qual o significado de o melhor ajuste obtido para esse caso ter sido o linear?

P19. Note que o coeficiente angular do gráfico **F** *versus* $\mathbf{a}_{exp}$ tem o significado físico de massa. Qual o valor do coeficiente angular e que massa ele representa?

P20. Determine a massa do sistema usando uma balança e compare-a com o valor determinado a partir do gráfico (dica: use a massa medida na balança como referência e calcule o desvio relativo percentual, como indicado na I**ntrodução** da apostila).

P21. A partir do resultado do item anterior, responda: em sua opinião, o procedimento seguido encontrou evidências favoráveis à 2ª Lei de Newton? Justifique.

P 22. Note que as acelerações constantes da **Tabela 1** são valores experimentais, pois foram obtidas através de medidas feitas pelo equipamento Phywe.
Outra maneira de discutir se o experimento mostrou evidências favoráveis à Segunda Lei de Newton é comparar as acelerações experimentais com aquelas previstas pela teoria. Faça essa comparação e calcule os erros relativos percentuais de suas medidas.

ATIVIDADE 05

1. **TÍTULO: ESTUDO DE COLISÕES ELÁSTICAS E PERFEITAMENTE INELÁSTICAS**

2. OBJETIVOS

- estudar a conservação de momento linear nas colisões elásticas e inelásticas
- estudar a conservação de energia nas colisões elásticas e inelásticas

3. MATERIAL UTILIZADO

- Trilho de ar com compressor
- Dois carrinhos
- Batedor para choque elástico;
- Prendedor para choque perfeitamente inelástico;
- Módulo Interface Phywe (Basic Unit—Cobra3);
- Disparador mecânico;
- Massas adicionais variadas;
- Balança;
- Fios diversos, cabos e o computador com o programa *Measure*.

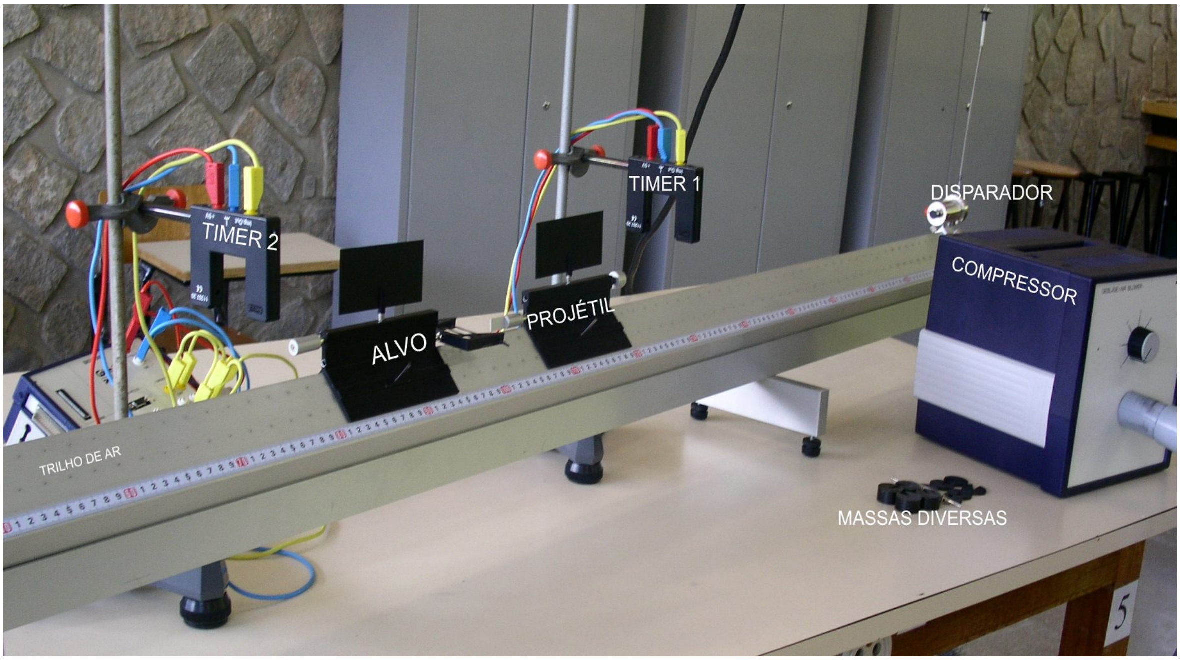


Figura 1

4. INTRODUÇÃO

Nesta atividade, aplicaremos os conceitos de conservação do momento linear, conservação da energia mecânica, velocidade, colisões elásticas, colisões inelásticas e dissipação de energia. Assim como nas atividades anteriores, é importante que você consulte livros-texto para rever os conceitos que serão aqui retomados.

Como sabemos, existem várias situações para as quais, num dado sistema, a energia mecânica e o momento linear se conservam, de modo que essas leis podem ser facilmente usadas para descrever o movimento dos componentes do sistema.

Na presente atividade, estudaremos apenas os casos mais simples e básicos de colisões. Assim, os choques ocorrerão em uma única dimensão e envolverão apenas dois corpos. Um deles será denominado "**alvo**", marcado como **carrinho 2**, e **estará sempre em repouso antes do choque**. O outro corpo será o "**projétil**" chamado de **carrinho 1**.

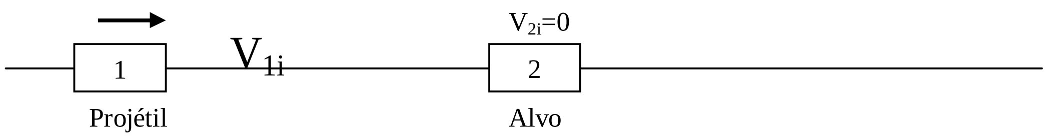
Basicamente, nosso problema será em conhecendo as condições do sistema **“antes do choque”**, determinar o que acontecerá com os corpos **“depois do choque”.** Examinaremos dois tipos de colisões: **a elástica e a perfeitamente inelástica.**

As notações adotadas serão as mesmas encontradas nos livros de Física Básica. Assim, denominaremos a massa de **m**, a velocidade de **V**, a energia cinética de **EC** e o momento linear de **p.** Dependendo da situação, essas grandezas receberão índices que podem ser “2” ou “1” para distinguir o “alvo” do “projétil”. Poderão, ainda, receber um índice “i”, indicando que se trata da situação inicial, ou um “f” como referência à situação final. Assim, como exemplo, m_2 significa massa do “alvo” e V_{1i} significa velocidade inicial do projétil.

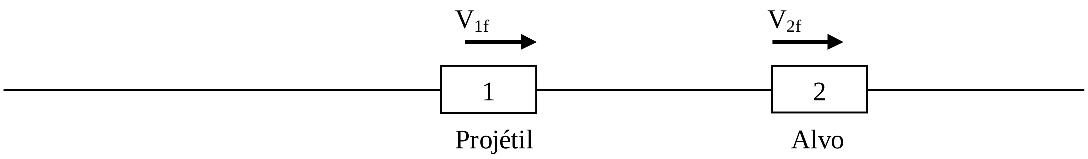
4.1 COLISÃO ELÁSTICA

Nas condições descritas acima, consideraremos inicialmente a colisão do tipo **elástica.** Nesse caso, em particular, pode-se dizer que se comparadas as situações antes e depois da colisão_**tanto o momento linear como a energia cinética do sistema se conservam,** Essas características podem ser formalizadas pelas equações abaixo:

Antes do choque



Depois do choque



$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$ (conservação do momento linear)

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$ (conservação da energia cinética)

P1. Demonstre que, neste caso, as velocidades finais serão dadas por:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$ (**Equação 1**)

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$ (**Equação 2**)

4.2 COLISÃO TOTALMENTE INELÁSTICA

Na **colisão perfeitamente inelástica**, a energia mecânica não é conservada, mas o momento linear continua sendo conservado. Nesse caso, após a colisão, os dois carrinhos adquirem a mesma velocidade V_f.

P2. Demonstre que a velocidade final é dada por:

$$v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \qquad \textbf{(Equação 3)}$$

P3. Analise as equações **1, 2** e **3** e descreva o que acontece com as velocidades finais quando:

$m_1 = m_2$

$m_1 >> m_2$

$m_1 << m_2$

5. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Nesse experimento, os sensores registram as velocidades dos carrinhos, que devem ser anotadas por você em sua apostila. Para cada par (m_1, m_2), você irá preencher as tabelas apresentadas na próxima página. Recomendamos a reprodução das mesmas na planilha do Excel para que você se habitue a inserir fórmulas nesse programa, facilitando assim os cálculos e evitando equívocos nos mesmos. É conveniente usar o sistema MKS.

Antes de iniciar, atenção para um ponto muito importante: nesse experimento é preciso muito cuidado para verificar a qual carrinho se refere determinada velocidade registrada por um sensor. Em alguns casos, o projétil retrocede após o choque com o alvo. Assim, as velocidades do projétil antes e depois do choque podem, então, ser registradas por um único sensor. Em outros casos, essas velocidades são determinadas por sensores diferentes.

Feitas essas ressalvas, vamos aos procedimentos**.**

a) Verifique através do esquema da Figura 1 se as ligações elétricas para esta experiência estão corretas.
b) Execute o programa ***Measure*.** Coloque os parâmetros Timer/Counter de acordo com o que é mostrado na Figura 2.

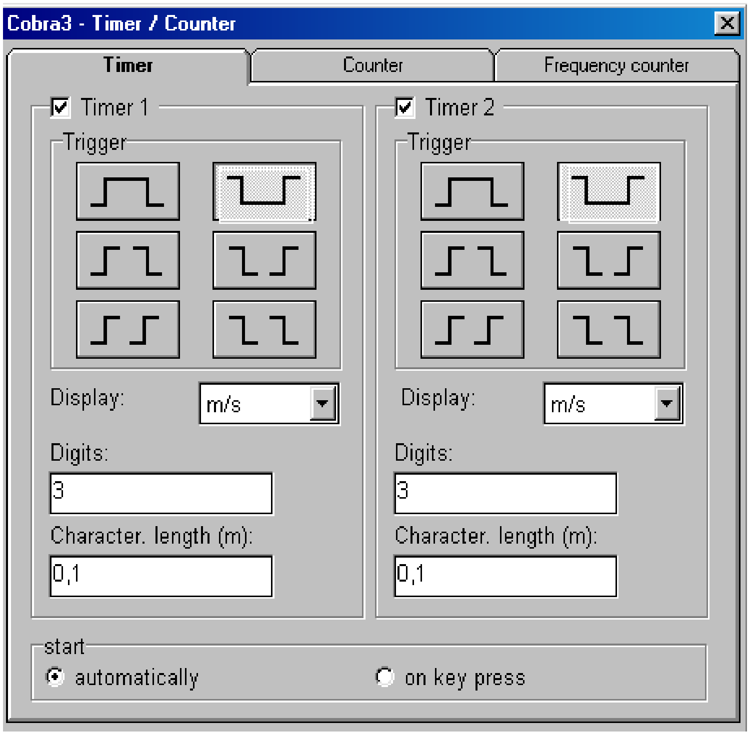


Figura 2

5.1 CHOQUE ELÁSTICO

c) Coloque o dispositivo (garfo) com a borracha em um carrinho e o batedor laminar no outro carrinho.
d) Ligue o compressor de ar na posição 4 e faça o teste para ver se o atrito foi realmente minimizado.

e) Dispare o projétil em direção ao alvo parado. Leia na tela do computador as respectivas velocidades antes e após o choque..

f) Faça isso para os casos **$m_1 = m_2$, $m_1 < m_2$ (colocando** masssas adicionais no alvo) e **$m_1 > m_2$ (**massas adicionais no projétil). Registre os dados nas tabelas abaixo.

Caso 1: $m_1 = m_2$

		Antes da colisão			**Depois da colisão**		
	Massa (kg)	Velocidade inicial (m/s)	Energia cinética inicial (J)	Momento linear inicial (kgm/s)	Velocidade final (m/s)	Energia cinética final (J)	Momento linear final (kgm/s)
Projétil (m_1)							
Alvo (m_2)		0,0	0,0	0,0			

	Antes da colisão	**Depois da colisão**
Energia cinética total do sistema (J)		
Momento linear total do sistema (kgm/s)		

Caso 2 : $m_1 < m_2$

		Antes da colisão			**Depois da colisão**		
	Massa (kg)	Velocidade inicial (m/s)	Energia cinética inicial (J)	Momento linear inicial (kgm/s)	Velocidade final (m/s)	Energia cinética final (J)	Momento linear final (kgm/s)
Projétil (m_1)							
Alvo (m_2)		0,0	0,0	0,0			

	Antes da colisão	**Depois da colisão**
Energia cinética total do sistema (J)		
Momento linear total do sistema (kgm/s)		

Caso 3: $m_1 > m_2$

		Antes da colisão			**Depois da colisão**		
	Massa (kg)	Velocidade inicial (m/s)	Energia cinética inicial (J)	Momento linear inicial (kgm/s)	Velocidade final (m/s)	Energia cinética final (J)	Momento linear final (kgm/s)
Projétil(m_1)							
Alvo (m_2)		0,0	0,0	0,0			

	Antes da colisão	Depois da colisão
Energia cinética total do sistema (J)		
Momento linear total do sistema (kgm/s)		

5.2 CHOQUE PERFEITAMENTE INELÁSTICO

Para fazer o choque perfeitamente inelástico você deverá trocar os batedores.

h) Coloque o batedor de agulha em um dos carrinhos e o batedor com cera no outro.
i) Repita os procedimentos do caso elástico (apenas para os casos $\mathbf{m_1 = m_2}$ e $\mathbf{m_1 < m_2}$), preenchendo as tabelas abaixo.

Caso 1: $\mathbf{m_1 = m_2}$

		Antes da colisão			**Depois da colisão**		
	Massa (kg)	Velocidade inicial (m/s)	Energia cinética inicial (J)	Momento linear inicial (kgm/s)	Velocidade final (m/s)	Energia cinética final (J)	Momento linear final (kgm/s)
Projétil(m_1)							
Alvo (m_2)		0,0	0,0	0,0			

	Antes da colisão	Depois da colisão
Energia cinética total do sistema (J)		
Momento linear total do sistema (kgm/s)		

Caso 2 : $\mathbf{m_1 < m_2}$

		Antes da colisão			**Depois da colisão**		
	Massa (kg)	Velocidade inicial (m/s)	Energia cinética inicial (J)	Momento linear inicial (kgm/s)	Velocidade final (m/s)	Energia cinética final (J)	Momento linear final (kgm/s)
Projétil (m_1)							
Alvo (m_2)		0,0	0,0	0,0			

	Antes da colisão	Depois da colisão
Energia cinética total do sistema (J)		
Momento linear total do sistema (kgm/s)		

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1. Critérios para a análise

Nos vários casos, aqui estudados, você vai se defrontar com o problema de interpretar os números de uma experiência. Por exemplo, suponhamos que o módulo do momento linear antes do choque deu $P_i = 12{,}77$ kgm/s e o do momento após o choque deu $P_f = 12{,}34$ kg m/s.

É obvio que em termos de matemática 12,77 é diferente de 12,34, e, por isso, em princípio tenderíamos a dizer que o momento não se conservou. No entanto, **estamos lidando com os resultados de um experimento o qual estará sempre sujeito a erros. Vale, então, a pergunta: que critério devemos usar para analisar se o momento se conservou ou não?**

No caso acima, por exemplo, **a diferença entre os dois números se deve a erros experimentais ou ao fenômeno em si? Sem analisarmos os erros será impossível chegarmos a uma conclusão sobre se houve ou não conservação.**

Para respondermos à pergunta acima será necessária uma análise estatística dos erros experimentais. Mais especificamente, será necessário calcularmos o desvio padrão de cada uma das medidas e verificar o que popularmente é denominado de "margem de erro". Lembrem-se da frase típica em época de eleições: na pesquisa o candidato A teve 34% dos votos e o candidato B teve 31%, mas como a "margem de erro" para cada candidato é de 3% para mais ou para menos concluímos que, estatìsticamente, os dois candidatos estão empatados.

Fazer uma análise minuciosa de erros está além dos propósitos deste experimento. Em condições normais, onde o trilho de ar está limpo e bem nivelado, e outros cuidados experimentais foram tomados, consideramos que o erro relativo admissível nas medidas deve ser de:

5% para o momento linear (o que equivale a ± 2,5% de erro no valor de *P*) e de

7% para a energia (o que equivale a ± 3,5% de erro no valor de *E*).

Os valores acima devem ser comparados com as obtidas através das seguintes expressões para os **erros percentuais** para momento e energia, respectivamente:

$$\delta_{\%P} = \frac{P_i - P_f}{P_i} 100\%$$

$$\delta_{\%E} = \frac{E_i - E_f}{E_i} 100\%$$

Se $\delta_{\%P} \leq$ 5% então $Pi = P_f$. O mesmo raciocínio se aplica à energia.

Portanto, antes de responder às questões abaixo, é recomendável preencher devidamente a seguinte tabela:

Choque elástico	E_i (Energia cinética inicial) (J)	E_f (Energia cinética final) (J)	Erro percentual para a energia cinética	Pi (Momento linear inicial) (kgm/s)	P_f (Momento linear final) (kgm/s)	Erro percentual para o momento linear
$m_1 = m_2$						
$m_1 > m_2$						
$m_1 < m_2$						

Choque totalmente inelástico	E_i (Energia cinética inicial) (J)	E_f (Energia cinética final) (J)	Erro percentual para a energia cinética	Pi (Momento linear inicial) (kgm/s)	P_f (Momento linear final) (Kgm/s)	Erro percentual para o momento linear
$m_1 = m_2$						
$m_1 < m_2$						

6. 2 Choque Perfeitamente Elástico

P4. Verifique se o choque foi, de fato, perfeitamente elástico nos três casos analisados. Explique a sua resposta.
P5. A quantidade de movimento linear se conservou? Explique a sua resposta.
P6. O que prevê a teoria para os casos analisados?

6. 3 Choque Perfeitamente Inelástico

P7. A energia cinética foi conservada nos dois casos? Explique a sua resposta.
P8. A quantidade de movimento linear se conservou? Explique a sua resposta.
P9. O que prevê a teoria para os casos analisados?

ATIVIDADE 06

1. **TÍTULO: MOMENTO DE INÉRCIA DE UM DISCO E CONSERVAÇÃO DA ENERGIA**
2. **OBJETIVOS**

- Determinar o momento de inércia de um disco.
- Trabalhar com o conceito de modelos para descrever uma situação real.
- Aplicar o conceito de conservação de energia numa situação real.

3. **MATERIAL UTILIZADO**

(1) Disco de massa e raio conhecidos.
(2) Digitalizador/contador Cobra 3
(3) Sensor Phywe com (4) polia dentada
(5) Porta-peso, fios diversos, computador

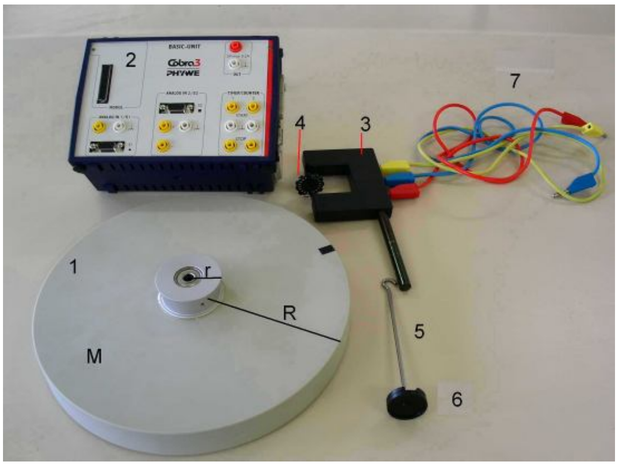


Figura 1

4. **INTRODUÇÃO**

Para um bom desempenho nesta atividade, você deverá conhecer toda a fundamentação teórica sobre os fenômenos físicos que serão aqui estudados. Para isso, é essencial que sejam consultados em livros-texto os capítulos sobre Conservação da Energia, Torque, Momento de Inércia e Momento Angular.

Determinação do Momento de Inércia I_g de um disco por considerações geométricas

Este experimento consta de um disco de fibra, de massa M e de raio R, montado em um eixo preso firmemente a um conjunto de hastes metálicas. O momento de inércia I para um disco pode ser determinado por considerações geométricas através da integral $I_g = \int r^2 dm$, a qual aplicada ao disco em questão resulta em:

$$I_g = \frac{1}{2} MR^2 \quad \textbf{(Equação 1)}$$

Utilizando a expressão acima, calcule o momento de inércia do disco (I_g) e registre no espaço abaixo. Para o disco que usaremos nessa atividade temos as seguintes medidas: M = 1317 g e R = 12,25 cm. Considere os algarismos significativos no seu cálculo, de acordo com as regras vistas na **Introdução** da apostila. Use **MKS**.

O valor calculado (I_g) servirá como termo de comparação para o momento de inércia que você irá determinar experimentalmente.

I_g =

P1. Qual o significado do momento de inércia para um corpo em rotação em torno de um eixo fixo?

Aplicação do conceito de conservação de energia na determinação experimental do Momento de Inércia sem levar em conta o atrito (I_{SA})

O **momento de inércia do disco** pode ser determinado experimentalmente a partir de considerações sobre a **Lei de Conservação da Energia.**

Na situação experimental proposta na presente atividade temos um pequeno cilindro de raio *r* = 2,24 cm, concêntrico ao disco e ligado a este. Em torno desse cilindro se enrola um barbante em cuja extremidade está preso o porta-peso de massa m = 10g.

O aparato é montado de forma a permitir que o porta-peso caia de uma altura *h*. Durante este trajeto a tração do fio fará o disco *M* girar. Depois de solto, o porta-peso ganhará velocidade atingindo uma velocidade final V_1 no instante em que se desprende do disco. O disco M continuará a girar até parar.

No **instante inicial**, toda energia do sistema disco+porta-peso estará na forma de energia potencial gravitacional do porta-peso, dada por mgh. Portanto $\mathbf{E_i = mgh}$,

À medida que o porta-peso cai, a energia potencial gravitacional inicial vai se transformando em **energia cinética de rotação do disco** e **energia cinética de translação do porta-peso**.

No exato momento em que o porta-peso se desprende do disco, ele terá percorrido uma altura **h** e a sua energia potencial gravitacional inicial terá sido transformada. O porta-peso estará com velocidade final $\mathbf{V_1}$, e o disco, cujo momento de inércia ($\mathbf{I_{SA}}$) queremos determinar, estará girando a uma velocidade angular $\mathbf{w_1}$.

Escrevendo o balanço de energia na forma de equação tem-se:

$$mgh = \frac{1}{2} I_{SA} w_1^2 + \frac{1}{2} m v_1^2 \qquad \text{(}\mathbf{Equação\ 2}\text{)}$$

Note que na equação acima são conhecidas a altura **h** e a massa **m**. A velocidade final $\mathbf{V_1}$, pode ser determinada supondo que o movimento do porta-peso se faça com aceleração constante a ser determinada. Chamaremos de $\mathbf{\Delta t_1}$ o tempo de queda do porta-peso. A sigla SA no momento de inércia (I_{SA}) se refere ao fato de nesse caso não estarmos realizando considerações a respeito do atrito.

P2. Qual a relação entre a **velocidade angular $\mathbf{w_1}$** do disco e a **velocidade de translação $\mathbf{V_1}$** do porta-peso?

P3. A partir da **Equação 2 e da relação obtida em P2**, deduza uma **expressão de I_{SA} em função** ***exclusivamente*** **de m, r, g, h e $\mathbf{V_1}$.** Escreva a expressão encontrada na lacuna abaixo.

$\mathbf{I_{SA}}$=
Equação 3

Aplicação do conceito de conservação de energia na determinação experimental do Momento de Inércia considerando-se o atrito (I_{CA}).

As **Equações 2 e 3** não levam em conta a energia transformada pela presença do atrito no eixo durante o tempo de queda $\mathbf{\Delta t_1}$. Mas, na realidade, a energia potencial gravitacional inicial é transformada em energia cinética de rotação, energia cinética de translação e **energia interna do eixo e do disco devido à presença do atrito no contato do disco com o eixo.** Para se levar em consideração tal transformação de energia, devemos adicionar um termo a mais na **Equação 2**:

$$mgh = \frac{1}{2} I_{CA} w_1^2 + \frac{1}{2} m v_1^2 + p\Delta t_1 \quad \text{(}\mathbf{Equação\ 4}\text{)},$$

onde $\Delta t_1 = t_1 - 0$ **(Equação 5),** sendo 0 o instante inicial, e t_1 o instante em que o fio se desprende do disco.

Na **Equação 4**, o termo **$p\Delta t_1$ representa a energia transformada durante o intervalo de tempo Δt_1 devido à presença do atrito.** Desse modo, **p** representa essa energia transformada por unidade de tempo. É, então, uma potência que, multiplicada pelo intervalo de tempo **Δt_1**, indica a energia transformada em energia interna do sistema naquele intervalo.

Na **Equação 4** temos agora, portanto, duas incógnitas (**I_{CA}** e **p**). Para resolvê-la precisaremos, então, de outra equação. Esta segunda equação independente pode ser obtida a partir de **considerações acerca do balanço de energia entre dois instantes**.

O primeiro instante que nos interessa é justamente **t_1**, o qual corresponde ao momento em que o porta-peso se desprendeu do disco M**.** Outro instante significativo corresponde ao exato momento **t_2** em que o disco M pára de girar.

Medindo o intervalo decorrente entre esses dois instantes, isto é, **t_2 - t_1**, teremos condições de determinar **I_{CA}**. Chamaremos de Δt_2 esse segundo intervalo.

No instante **t_1** em que o porta-peso se desprende do disco M, a **energia cinética de rotação** do mesmo é dada por $\frac{1}{2} I_{CA} w_1^2$. Se ao final do intervalo de tempo **Δt_2** o disco deixa de girar, isto significa que toda a energia cinética de rotação passou para energia interna do disco e do eixo, devido à existência de atrito entre o disco e o eixo de rotação. Essa energia será quantificada como **$p\Delta t_2$.**

Portanto, a segunda equação que procuramos será dada por:

$$\frac{1}{2} I_{CA} w_1^2 = p\Delta t_2 \quad \textbf{(Equação 6)}$$

onde $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ **(Equação 7),** sendo **t_1** o instante em que o fio se desprende do disco e **t_2** o instante em que o disco pára de girar.

P4. A partir das **Equações 4 e 6,** deduza uma **expressão para I_{CA} em função *exclusivamente* de m, r, g, h, V_1, Δt_1 e Δt_2.** Escreva essa expressão na lacuna abaixo.

I_{CA}=

Equação 8

P5. Compare as expressões obtidas para **I_{CA} e I_{SA}**. Reescreva no quadro abaixo **I_{CA}** em função de **I_{SA}, Δt_1** e **Δt_2**.

Equação 9

Note, portanto, que a diferença matemática entre os dois momentos de inércia está num "fator de correção" que envolve esses dois intervalos de tempo.

Depois desse estudo teórico e sabendo o que iremos medir, podemos, então passar para a execução do procedimento experimental. Antes de prosseguirmos, responda a pergunta abaixo.

P6. Quais são as grandezas que você irá medir para alcançar os objetivos propostos nesta atividade?

5. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Determinação da altura de queda (h) e da velocidade final (V_1) do porta-peso.

Examinando-se as **Equações 3 e 8**, as quais serão utilizadas para calcular o momento de inércia experimental (considerando ou não o atrito), nota-se que as grandezas **m**, **r** e **g** são supostas conhecidas. As demais grandezas, **h**, $\mathbf{t_1}$, $\mathbf{t_2}$, e $\mathbf{V_1}$ serão medidas experimentalmente. Quanto a estas últimas, note que à exceção de $\mathbf{V_1}$ todas as demais são medidas diretas.

Para obter experimentalmente as grandezas necessárias siga os procedimentos:

a) Concêntrico ao disco e ligado a este, há um pequeno cilindro de raio *r* = 2,24 cm. Enrole no cilindro o barbante em cuja extremidade está preso o porta-peso de massa m=10g, como mostra a **Figura 2** ao lado. Passe o fio pela polia.

b) Para obter os dados da posição de **m**, acione o programa *Measure*. Aparecerá na tela do computador a F**igura 3** apresentada na próxima página.

d) Para realizar uma medida pressione o campo <Continue>.

e) Uma nova tela aparecerá no monitor. Solte o porta-peso e simultaneamente pressione com o mouse o campo <Start measurement>.

f) O corpo **m** finalmente se desprenderá do disco e o disco **M** continuará a girar até parar. Quando o disco **M** parar de girar, você deverá encerrar a aquisição de dados pressionando o campo <Stop measurement>.

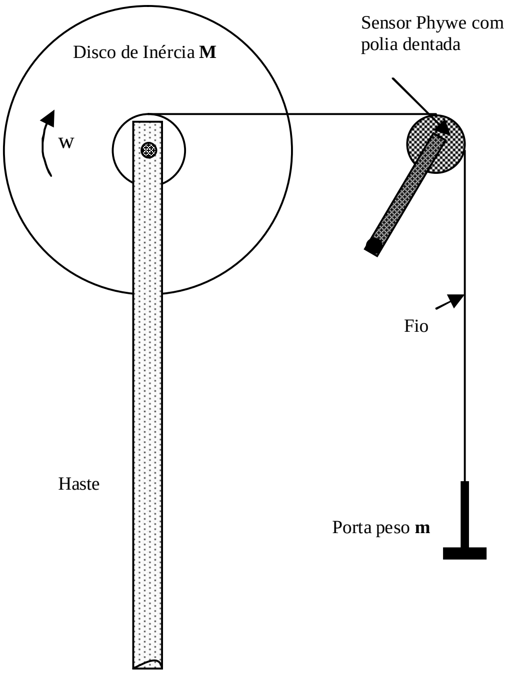


Figura 2

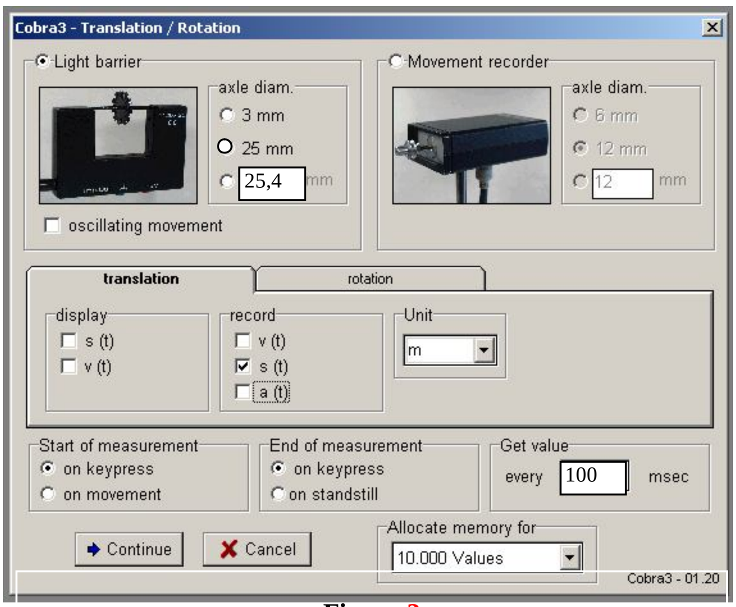


Figura 3

g) Aparecerá no seu monitor um gráfico parecido com o da **Figura 4** abaixo. Caso o gráfico esteja deformado, é sinal de que algum problema ocorreu. Em geral, é um indicativo de que a polia girou em falso ou deixou de girar devido a uma perda momentânea de contato entre o fio e a polia. Neste caso, realize outra série de medidas até conseguir um conjunto de dados razoáveis.

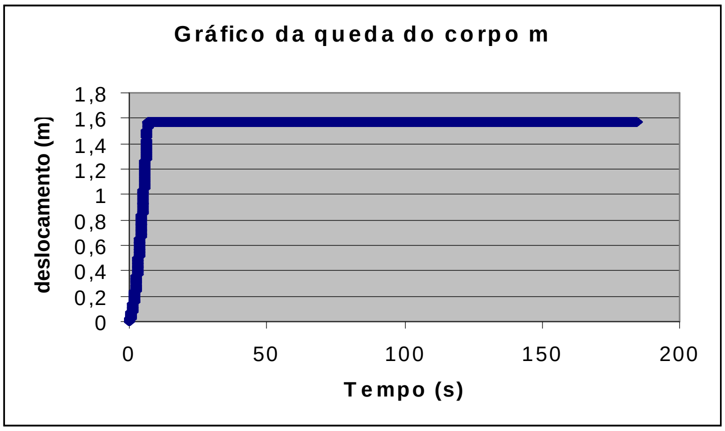


Figura 4

No gráfico da **Figura 4** existem duas regiões distintas. A primeira região corresponde ao intervalo de tempo Δt_1 durante o qual o fio se desenrola e o porta-peso percorre uma distância **h.** Nesta região, o deslocamento da massa é crescente e supostamente realizado sob aceleração constante. A outra região do gráfico se inicia no instante em que o fio se desprende, isto é, em t_1, e termina quando o disco **M** pára de girar, ou seja, em t_2.

P7. Utilizando o mouse, determine a altura **h** através do gráfico obtido.

P8. Examine o gráfico com o auxílio do mouse e determine os tempos t_1 e t_2.

Com os dados obtidos em **P8** e **P9**, preencha a **Tabela 1.**

h =
t_1 =
t_2 =
Δt_1 =
Δt_2 =
m (massa do porta-peso) = 10,0 g
r (raio do cilindro) = 2,24 cm

Tabela 1

h) Em seguida, você deve salvar seu arquivo, **tal como realizamos na Atividade 4 (*Measurement; Export data; Save to file; Export as numbers*). Escolha apenas os dados referentes ao intervalo de 0 a t_1,** isto é, apenas a região onde o corpo permaneceu acelerado. Isso porque estamos interessados em determinar V_1, isto é, a velocidade final de queda do porta-peso, que se refere ao momento em que ele deixou de puxar o disco no instante t_1. Essa velocidade entrará no cálculo do momento de inércia do disco (I_{SA} e I_{CA}) através das **Equações 3 e 8.**

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

P9. Como você deve proceder para determinar o valor da velocidade V_1?

Para determinarmos $\mathbf{V_1}$ usaremos procedimentos semelhantes aos já vistos na **Atividade 4**. Sabemos que, se um corpo de massa **m** cai com aceleração constante, a seguinte expressão é válida:
$\mathbf{V_1 = Vo + at_1}$ (**Equação 10**)

Se tivermos, portanto, a velocidade inicial **Vo,** a aceleração **a** e o tempo $\mathbf{t_1}$ podemos facilmente calcular a velocidade que nos interessa.

Para obtermos **Vo** e **a,** usaremos os dados de espaço e tempo gravados para construirmos um **gráfico s *versus* t** no Excel, tal como mostrado na Figura 5 (é preciso importar os dados para o programa).

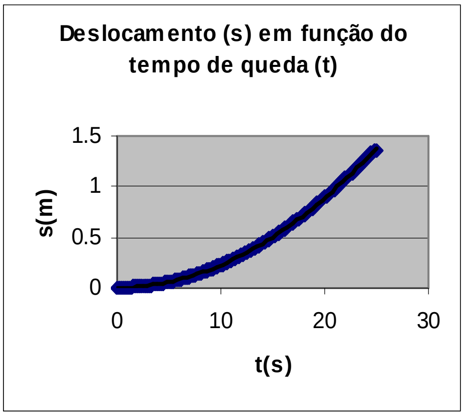


Figura 5

P10. Determine o valor de $\mathbf{V_1}$ para o seu experimento**.** $\mathbf{V_1 =}$

P11. A partir da linha de tendência obtida, você também deve ser capaz de determinar diretamente a altura **h** percorrida pelo porta-peso em sua queda, considerando que $\mathbf{h = s_1 - s_0}$.
Compare o valor obtido com o registrado anteriormente por você na **Tabela** 1.

P12. Agora que você dispõe de todos os parâmetros necessários substitua-os nas **Equações 3 e 8** para calcular o momento de inércia sem atrito e com atrito, $\mathbf{I_{SA}}$ e $\mathbf{I_{CA}}$, respectivamente.

P13. Calcule os erros percentuais dos momentos de inércia $\mathbf{I_{SA}}$ e $\mathbf{I_{CA}}$ em relação ao valor teórico $\mathbf{I_g}$.
Dica: use $\mathbf{I_g}$ como valor de referência. O procedimento para cálculo dos erros percentuais é o mesmo realizado na **Atividade 5** sobre colisões, quando comparamos a massa obtida através do gráfico (massa experimental) à massa medida obtida com a balança (massa de referência).

Apresente os resultados obtidos em **P12** e **P13** na **Tabela 3.**

Momento de Inércia	Valores (Kg.m^2)	Erros percentuais
I_{SA} **(sem perdas)**		
I_{CA} **(com perdas)**		
$\mathbf{I_g}$ **(teórico)**		

Tabela 3

P14. Observando a Equação 9, obtida anteriormente, o que você pode comentar sobre a relação entre os valores de $\mathbf{I_{SA}}$ e $\mathbf{I_{CA}}$? Qual a importância do atrito nesse caso?

P15. Considerando a Tabela 3, você considera que os resultados encontrados são coerentes? Justifique sua resposta.

ATIVIDADE 07

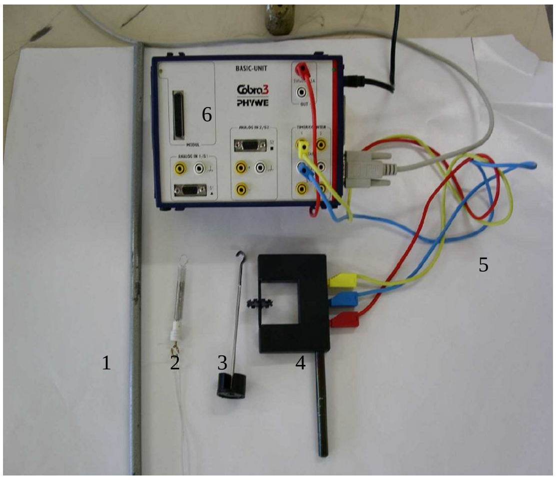
1. TÍTULO: OSCILAÇÕES AMORTECIDAS

2. OBJETIVOS

- Estudar experimentalmente as equações, isto é, os modelos que regem o movimento harmônico amortecido em uma dimensão.
- Interpretar os parâmetros dessas equações.

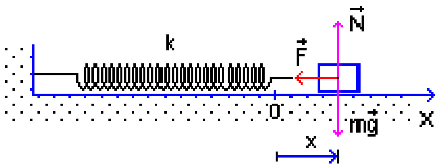
3. MATERIAL UTILIZADO

- Haste com base metálica (1)
- Mola (2)
- Porta-peso c/ massa de 100g (3)
- Sensor com polia dentada (4)
- Fios diversos (5)
- Digitalizador Cobra 3 (6)
- Computador (não mostrado na foto)



4. INTRODUÇÃO

OSCILADOR HARMÔNICO SIMPLES



O modelo teórico para descrever oscilações que ocorrem quando um corpo de massa **m** está preso à extremidade de uma mola (conforme mostra a figura acima) é construído a partir da Segunda Lei de Newton. Essa lei pode ser escrita como F = m a ou **F = m (d^2x(t)/d t^2)** na sua forma escalar para movimentos unidimensionais, como é este caso.

A força com que a mola interage com a massa **m** é **F_m(t) = - k x(t).** Essa é uma **força restauradora**, isto é, uma força que está sempre agindo no sentido contrário ao movimento da massa **m.,** As propriedades da mola estão representadas na constante elástica k e x(t) representa o quanto a mola está distendida ou comprimida em relação ao seu comprimento de equilíbrio.

Um sistema massa-mola no qual **não há forças dissipativas** é denominado **oscilador harmônico simples** e representa uma **situação idealizada**.

Para essa situação, a equação matemática para a mola fica então:

$$F = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -kx(t) \qquad \text{ou} \qquad \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{k}{m}x(t) = 0$$

Esta é uma equação diferencial que descreve como a posição x varia no tempo t. Sua solução é

$$x(t) = A\cos(w_0 t + \phi) \qquad \textbf{(Equação 1)}$$

Se pensarmos que a expressão cos (w_0t+Φ) pode variar entre o valor máximo +1 e o mínimo -1, temos, então, que os valores máximos e mínimos de x (t) serão + A e - A. Neste caso, A, é denominado amplitude da oscilação.

Na **Equação 1**, ϕ é a constante de fase ou ângulo de fase, e pode ser determinada a partir das condições iniciais. Se fizermos então t=0, teremos:

$x(0) = A\cos\phi$, de modo que $\phi = \arccos\left[\frac{x(0)}{A}\right]$. Se, por exemplo, a partícula está em $x = A$ para $t = 0$, então $\phi = 0$

Na **Equação 1**, a freqüência angular de oscilação $\mathbf{w_0}$ (dada em radianos por segundo) do sistema massa-mola ideal é dada pela relação:

$$w_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

onde f_0 é a freqüência de oscilação, isto é, o número de oscilações executadas pela partícula por unidade de tempo (medida em Hz).

Para o oscilador harmônico simples, podemos também definir o período T, isto é, o intervalo de tempo necessário para que a partícula realize um ciclo completo do seu movimento. O período é dado pelo inverso da freqüência. Desse modo, $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{w}$.

Se representarmos em forma de gráfico a solução dada pela **Equação 1** teremos algo como apresentado abaixo:

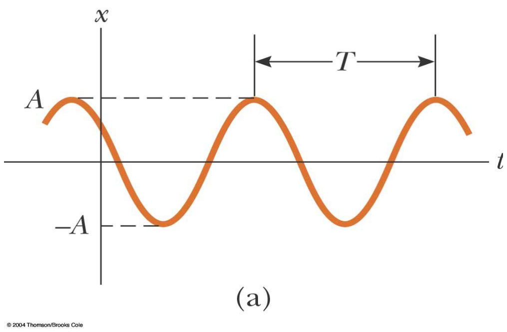


Figura 1

Observamos através desse gráfico representativo do MHS que **a amplitude do movimento se mantém constante**. A posição x(t) do corpo varia entre o máximo e o mínimo da amplitude. A cada intervalo correspondente ao período T, o corpo atinge a mesma posição x.

OSCILADOR AMORTECIDO

Ao contrário dos sistemas ideais, **os sistemas oscilantes reais sempre apresentam interações que fazem com que a sua energia não se conserve ao longo do tempo.** Dizemos que essa variação de energia é devido à atuação de **forças dissipativas**. Como conseqüência, a **amplitude das oscilações vai diminuindo com o tempo**. Essa diminuição denomina-se **amortecimento,** e o movimento correspondente denomina-se **oscilação amortecida**.

O modelo matemático para descrever esse sistema real ainda segue a segunda lei de Newton. No entanto, nesse caso, a força de interação com a massa **m** não inclui apenas a força da mola, mas também a força de interação não-conservativa.

Portanto, a força resultante sobre o corpo será:

$$F = -kx(t) - bv(t)$$

Onde **k** é a constante elástica da mola, **b** é a constante de amortecimento e a força dissipativa está representada por um termo proporcional à velocidade v (t).

A partir da Segunda Lei de Newton podemos escrever para este sistema:

$$-kx(t) - b\frac{dx(t)}{dt} = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} \quad \text{ou} \quad \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{d\,x(t)}{d\,t} + \frac{k}{m}x(t) = 0$$

A teoria nos mostra que a solução da equação acima, para pequenas oscilações, é dada por:

$$x(t) = A\,e^{-(b/2m)t}\cos(w't + \phi) \qquad \textbf{(Equação2)}$$

onde a freqüência angular *w'* é dada por $\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$.

Para simplificar, lembremos que $\sqrt{\frac{k}{m}} = w_0$. Chamemos a razão $\frac{b}{2m}$ de β, à qual daremos o nome de índice de amortecimento. Assim, as duas equações acima podem ser escritas como:

$$x(t) = Ae^{-\beta . t}\cos(w't + \phi) \qquad \textbf{(Equação 3)}$$

$$w' = \sqrt{w_0{}^2 - \beta^2} \qquad \textbf{(Equação 4)}$$

onde $w' = 2\pi\ f'$ e $w_0 = 2\pi\ f_0$

Se comparamos a **Equação 1,** obtida anteriormente, à **Equação 3**, notaremos que, enquanto no caso do oscilador harmônico simples a amplitude das oscilações é constante e dada por A, no oscilador amortecido, a amplitude das oscilações vai diminuindo com o tempo e é dada por:

$$A\,e^{-\beta t} \qquad \textbf{(Equação 5)}$$

Temos na **Figura 2** abaixo um gráfico que representa a **Equação 3** e ilustra essa situação. Compare-o ao apresentado na **Figura 1** para o oscilador harmônico simples.

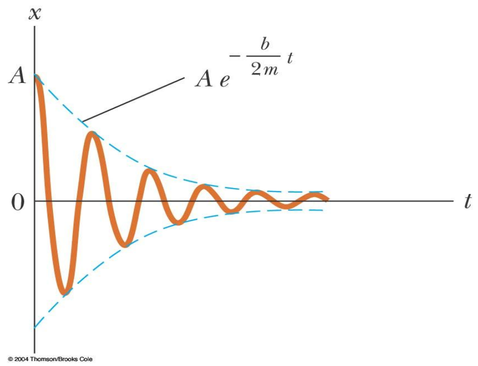


Figura 2

Tal como no caso das oscilações harmônicas simples, também para as oscilações amortecidas o valor do ângulo de fase dependerá da posição inicial. Fazendo t=0 na **Equação 3**, temos:

$x(0) = Ae^0\cos(0 + \phi)$, de onde temos: $\phi = \arccos\left[\frac{x(0)}{A}\right]$ **(Equação 6)**

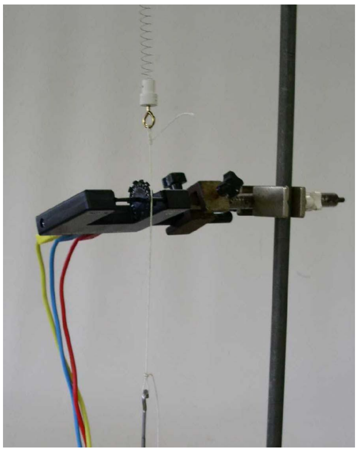
O modelo teórico desenvolvido acima para o sistema massa-mola pode ser aplicado para outros sistemas oscilantes.

Na presente atividade, nosso objeto de estudo é um **sistema massa-mola**, que oscila na direção vertical sob a ação da gravidade e de pequenas forças dissipativas, as quais vamos supor que sejam diretamente proporcionais à velocidade do corpo que oscila. **Usaremos como modelo, portanto, o caso do oscilador amortecido** comentado acima.

Nossa pergunta será: **o modelo é adequado para descrever a situação experimental proposta nessa atividade?**

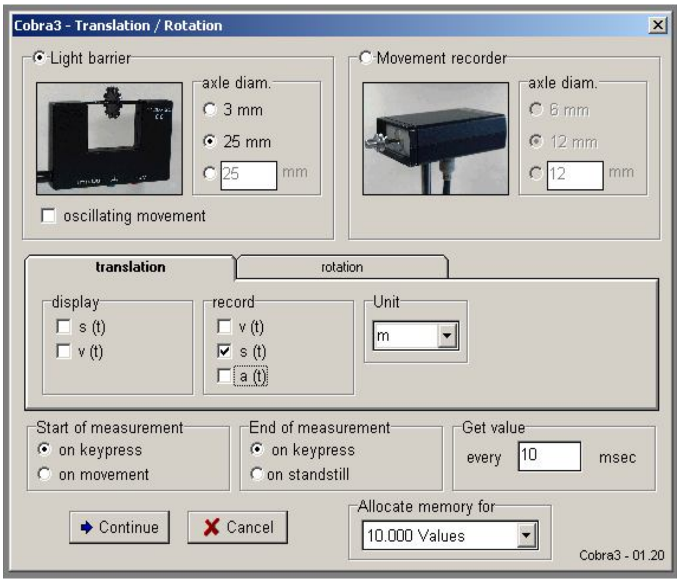
Para respondermos a essa pergunta, registraremos os deslocamentos do sistema ao longo do tempo e veremos se os dados obtidos podem, de fato, ser representados por uma solução tal qual apresentada na **Equação 3.** Uma resposta afirmativa indicaria, então, que o modelo é adequado**.**

5. Procedimentos Experimentais



a) Passe o fio através da polia do conjunto medidor Cobra3 conforme mostra a figura ao lado. Faça o sistema massa-mola executar pequenas oscilações. **Evite grandes amplitudes** nas oscilações a fim de evitar danos na mola. Você vai notar que as oscilações são amortecidas rapidamente devido ao atrito. Ajuste o sistema de maneira que ele execute **pelo menos dez oscilações**. **Evite que o fio deslize em falso pela polia.**

b) Para obter os dados das oscilações no computador você deve acionar o programa *Measure*, como fizemos em outras atividades. Em seguida escolha: Gauge; Cobra3;Translation/Rotation. Você será levado imediatamente à Figura 1 abaixo.



c) Mantenha os campos como mostrado na figura com exceção de dois parâmetros:

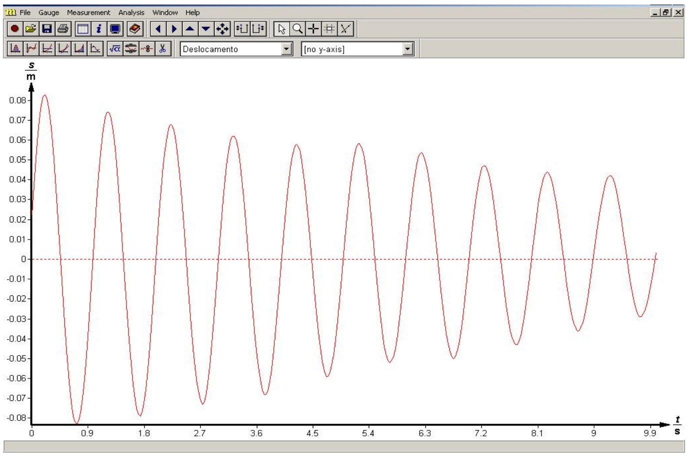
- Ative o campo <oscillating movement>.
- No campo <Get Value> coloque 30ms. Isto indica que o sistema vai realizar medidas a cada 30 ms.

d) Faça uma primeira medida. Para isto pressione o campo <Continue>. Faça o sistema massa-mola oscilar e pressione o campo: <Start measurement>.

e) Quando a massa parar de oscilar (ou pelo menos após contadas 5 oscilações completas) você deve pressionar o campo: <Stop measurement>.

Aparecerá no seu monitor um gráfico das oscilações que, se bem realizada, terá um aspecto parecido com o da **Figura 3** abaixo. Caso o gráfico esteja deformado, é sinal de que algum problema ocorreu. Em geral, é um indicativo de que a polia girou em falso ou deixou de girar devido a uma perda momentânea de contato entre o fio e a polia. Neste caso, **realize outra série de medidas até conseguir um conjunto de dados razoáveis. Obtenha um conjunto em que apareçam pelo menos cinco oscilações completas**. **Procure obter um gráfico onde as oscilações sejam simétricas em relação à linha y=0.**

Em alguns casos, **várias tentativas são necessárias** para obter um bom gráfico. Para realizar uma nova série de medidas pressione: *File; New measurement.*



P1 Se você obtiver na tela uma oscilação que está nos padrões regulares esperados (isto é, nota-se o amortecimento das oscilações), mas não está centralizada em y = 0, como você pode fazer para centralizá-la? Considere que você terá a sua disposição os registros de posição e tempo para os dados do gráfico.

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir dos dados coletas na experiência, devemos determinar como a amplitude varia no tempo, bem como a frequência de oscilação e a fase. Esses nos permitirão fazer a comparação com o modelo teórico.

6.1 Estudo da variação da amplitude do movimento em função do tempo

Seguiremos a partir de agora uma série de procedimentos para **analisar o decaimento da amplitude** observado no gráfico. Será que esse decaimento segue a **Equação 5**, isto é, o decaimento é exponencial? **Vamos estudar qual é a lei que rege tal decaimento.** Para sabê-lo precisamos estudar o comportamento das amplitudes em função do tempo. Realizaremos no Excel um gráfico das amplitudes dos picos em função do tempo.

Utilizaremos um recurso do programa *Measure* para localizarmos os picos. No menu desse programa escolha *Analysis- Peak analysis-Calculate.* Aparecerá uma tabela cujos dados que nos interessam são as colunas de *Maximum* e *Height*, pois estas mostram as localizações exatas dos picos (coordenadas de tempo e posição, respectivamente). Selecione essas duas colunas e use o comando *copy*.

Abra uma planilha e cole esses dados no Excel (**não feche o programa *Measure***, por enquanto). Os dados obtidos se referem aos valores dos picos e aos instantes em que eles ocorrem, isto é, indicam como a amplitude está variando no tempo.

Atenção: <u>Há outra maneira de obter esses dados. Você pode aproximar o *mouse* de cada pico e ler os dados apresentados. Assim você pode identificar visualmente os instantes t correspondentes aos picos do gráfico e a amplitude (A) para cada um desses picos.</u>

Com os dados sobre os picos transferidos para o Excel, construa o gráfico de A *versus* t, obtendo a linha de tendência através de um ajuste exponencial. Escreva o resultado obtido na lacuna abaixo já realizando as substituições para que a expressão relacione **A(t)** e **t.**

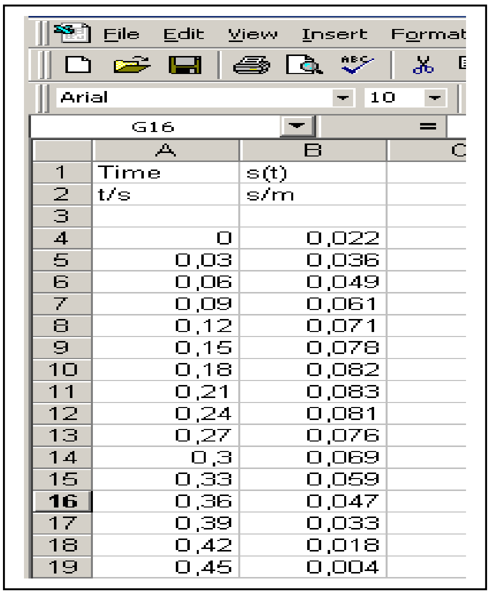
A(t) =

P2. O que esta equação representa para você? Identifique os coeficientes **A e β.**

6.2 Encontrando o período, a frequência e o ângulo de fase

P3. Observando o gráfico obtido por você no programa *Measure* determine a **freqüência f´**, **o período T´** e a freqüência angular **ω´** do movimento com amortecimento. Lembre-se que a freqüência é definida como o número de oscilações por segundo, e que a cada dois picos temos uma oscilação. Divida, então, o número de oscilações obtidas pelo intervalo de tempo correspondente.

Ainda no Programa Measure, salve os seus dados em formato universal para que esses possam ser usados na planilha eletrônica. Tal como nas outras atividades, use os comandos “save to file” e “export as numbers”. Em seguida, importe os dados para o Excel. Se a importação dos dados foi feita corretamente, a sua planilha deve estar parecida com a mostrada ao lado.



	A	B
1	Time	s(t)
2	t/s	s/m
3		
4	0	0,022
5	0,03	0,036
6	0,06	0,049
7	0,09	0,061
8	0,12	0,071
9	0,15	0,078
10	0,18	0,082
11	0,21	0,083
12	0,24	0,081
13	0,27	0,076
14	0,3	0,069
15	0,33	0,059
16	0,36	0,047
17	0,39	0,033
18	0,42	0,018
19	0,45	0,004

A partir da tabela com os dados de s(t) (para evitar futuros equívocos troque s(t) por x_{exp} (t)), identifique o valor da posição inicial.

P4. Determine o angulo de fase *φ* a partir da **Equação 5.** Não se esqueça de que **φ** deve ser dado em radianos.

Escreva os parâmetros obtidos em **P4, P5** e **P6** na tabela abaixo. Registre-a também no Excel para a mesma planilha que contém a os dados importados do *Measure*.

A	
β	
ω`	
T´	
f´	
ϕ	

Tabela 1

P5. Tendo como base a Equação 3 e os parâmetros da Tabela 1, escreva a solução x(t) para o movimento amortecido.

x (t) =

6.3 Gráfico do Movimento Harmônico

Tentaremos agora responder à nossa pergunta inicial: o resultado obtido no experimento através do programa *Measure* pode ser descrito pela **Equação 3**? Á primeira vista, o gráfico obtido no *Measure* parece semelhante a uma função senoidal cuja amplitude vai diminuindo com o tempo. Mas esse amortecimento segue a relação matemática do modelo?

a) Para respondermos a essas questões seguiremos uma sequência de procedimentos. Inicialmente, iremos fazer no Excel o gráfico da elongação $x_{exp}(t)$ *versus* tempo (t). Você deve obter um gráfico (do tipo dispersão) semelhante ao obtido durante a aquisição de dados utilizando o programa *Measure*.

Vamos verificar agora a validade da solução encontrada. Para fazer essa verificação, você irá gerar uma nova coluna (representada por C na **Figura 3**) através da expressão obtida em **P5**. Para preencher essa coluna você deve escrever na célula C2 (no caso do nosso exemplo) a expressão como em **P5**. Para inserir a equação, siga as orientações apresentadas no apêndice.

	A	**B**	**C**	**D**
1	t(s)	X_{exp}	X_{equ}	
2	0	0.022		
3	0.03	0.036		
4	0.06	0.049		
5	0.09	0.061		
6	0.12	0.071		
7	0.15	0.078		

Figura 3

Observação:

- Todos os detalhes devem ser observados no momento de inserir equações no Excel. Qualquer incorreção no registro da fórmula impede que o Excel realize os cálculos.
- Calcule os demais elementos da coluna das posições X_{equ}, arrastando com o mouse a fórmula escrita. Os valores da posição para cada tempo t serão automaticamente calculados e mostrados na planilha.

6.4 Gráfico comparativo

O teste final para os parâmetros determinados por você vai se dar pela sobreposição do gráfico original com solução obtida a partir do modelo teórico. Para isso você deve ativar o gráfico que contém a curva experimental, e, em seguida, sobrepor o novo gráfico de X_{equ} versus t. Se você ainda tiver alguma dúvida sobre como sobrepor o gráfico, siga as instruções do apêndice.

P 6. Examinando os dois gráficos sobrepostos você poderá avaliar seus resultados.
A **Equação 3** representa um bom modelo para os dados experimentais obtidos?

Atenção: Uma das principais fontes de erro nessa atividade está no cálculo e representação da fase. Verifique isso no seu resultado. Reexamine se o ângulo de fase foi dado em radianos. Não se esqueça também de que a função co-seno é uma função par, de modo que dois arcos diferentes podem dar o mesmo valor do co-seno. Assim, o valor obtido para a sua constante de fase pode ser negativo ou positivo. Você deve testar as duas possibilidades, antes de chegar a uma conclusão.

APÊNDICE

1) SALVANDO O TRABALHO FEITO NA PLANILHA.

Para salvar os seus dados, escolha o diretório:

- C:\Turmas\
- Escolha o subdiretório correspondente a sua turma (por exemplo, 3M456).
- Dê um nome que traga alguma informação sobre o conteúdo do seu arquivo, por exemplo, Ativ2_g.

2) FAZENDO UM GRÁFICO

É possível construir rapidamente gráficos utilizando os utilitários da planilha, mas para evitar equívocos alguns cuidados são fundamentais.

O principal lembrete é que a variável dependente deve estar sempre no eixo vertical (y) e a variável independente no eixo horizontal (x). Isto é uma simples convenção, mas que seguiremos à risca. Dizemos simplesmente **y versus x** ou **y em função de x.**

Não se esqueça dos títulos, legendas e unidades das grandezas no gráfico.

Para fazer um gráfico siga os seguintes procedimento[1]:

1) Ligue o seu computador.

2)Vá ao menu Iniciar do Windows e abra a planilha:

Menu Iniciar → Programa → Excel

3) Copie e organize os dados da tabela de maneira conveniente.

4) Para construir o gráfico de interesse na sua planilha siga:

Inserir →Gráfico→Dispersão (escolha o 1º subtipo: apenas pontos) → Avançar

Neste ponto, deve surgir uma janela como a ilustrada na Figura 1. Continue a ação:

→Seqüência (ou Série) →Adicionar

Na indicação "nome" escreva algo que identifique o seu gráfico e permita diferenciá-lo de outros que fizer.

Valores de x: acione com o mouse o pequeno quadrado com a seta vermelha. Com o mouse, selecione a coluna contendo os valores de x. Acione a tecla "Entra" para finalizar a inserção.

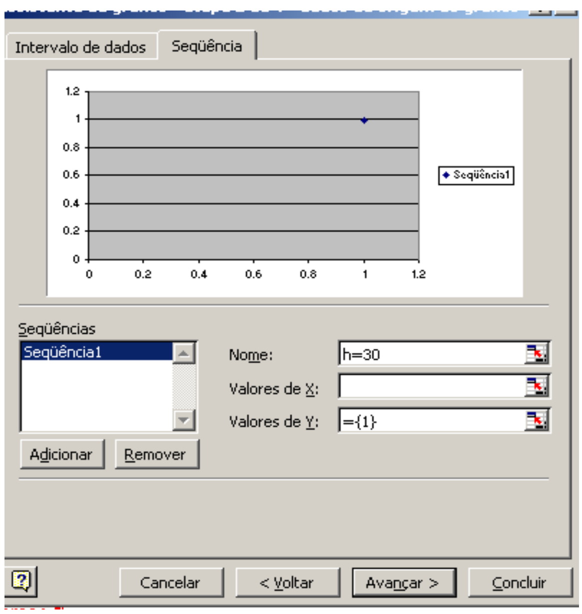


Figura 1

[1] As orientações a seguir se referem ao Microsoft Excel 2003. O uso de versões posteriores do Excel requer algumas adaptações facilmente identificadas pelo usuário.

Valores de y: acione com o mouse o pequeno quadrado com a seta vermelha. Com o mouse, selecione a coluna contendo os valores de y. Acione a tecla “Entra” para finalizar a inserção.

Depois, para finalizar acione: *Concluir*

Observação: Se você precisa sobrepor uma outra curva ao que acabou de fazer.

Clique em cima dos pontos no gráfico com o botão direito do mouse e entre em *Dados de Origem.* Em seguida clique em

→Adicionar→

Repita os procedimentos mencionados anteriormente.
Escreva no espaço correspondente ao “nome” para a série ou seqüência, algo que permita distinguir uma curva sobreposta da outra.

3) INSERINDO LEGENDAS

Escreva o título do gráfico e os nomes de cada um dos eixos. Para inserir o título do gráfico, acione a partir do menu principal do Excel:

Gráfico→Opções de gráfico→Título

4) INSERINDO UMA LINHA DE TENDÊNCIA

Coloque o ícone do seu mouse sobre um dos pontos determinada seqüência do gráfico e **pressione uma vez** o botão direito do mouse até surgir um pequeno menu. Escolha:

→Adicionar linha de tendência →

Em seguida escolha a opção desejável e clique em OK. Se houver mais séries, repita o procedimento.

5) OBTENDO A RELAÇÃO MATEMÁTICA QUE MELHOR DESCREVE O GRÁFICO

Coloque a seta do seu mouse sobre uma das linhas de tendência, aperte duas vezes o botão esquerdo do mouse e siga:

Formatar linha de tendência →Opções→Exibir equação no gráfico
→Exibir valor de R-quadrado no gráfico.

Se houver mais curvas, repita o procedimento.

6) DICAS PARA INSERIR FÓRMULAS NO EXCEL:

- Toda fórmula deve ser iniciada pelo sinal de =.
- O sinal * significa multiplicação. O sinal / significa divisão.
- O Excel utiliza vírgulas, não pontos.
- Para elevarmos determinado valor de uma célula ao expoente 2 indicamos: = **C4^2.**
- No caso de raiz quadrada podemos fazer **=C4^0,5.**
- Para facilitar, você pode também usar o recurso **inserir/função**, contido no menu do Excel. Lá você encontrará uma série de funções como raiz quadrada, potência, arcoseno, arcocosseno, etc. Experimente fazer, por exemplo:

Inserir→ Função →matemática e trigonométrica→Potência.
Inserir→ Função →matemática e trigonométrica→Raiz

- **Importante:** Se você sinalizar para que o Excel utilize numa fórmula uma célula que contém letras ou ainda números e unidades de medida, o cálculo **não** será realizado e uma mensagem de erro aparecerá na tela. Os cálculos são realizados **apenas** com células que contêm números.
- Se inserimos uma fórmula do tipo **=1/(B3*B3)** , e a **arrastamos para baixo**, o Excel compreende que deve substituir na fórmula um a um todos os elementos contidos na coluna B, localizados abaixo da célula B3. Os respectivos resultados são colocados na célula onde a fórmula é inserida, bem como nas localizadas abaixo dessa. Desse modo, para cada valor da coluna B é gerado um correspondente calculado através da fórmula (gera uma outra coluna que fica relacionada com a coluna B através da fórmula).

As Figuras 2a e 2b abaixo ilustram como o aluno pode obter rapidamente a coluna desejada na sua planilha. Na célula localizada abaixo da legenda $1/d^2$ escreve-se a "fórmula" para o cálculo dos valores de $1/d^2$. No caso mostrado na figura 3a(**ATENÇÃO: ESSE É APENAS UM EXEMPLO**) inserimos nessa célula a fórmula: =1/(B3*B3). Isso porque, nesse caso específico, o primeiro valor para o diâmetro está na célula B3. Se esse valor estivesse, por exemplo, na célula I123 escreveríamos =1/ (I123*I123). Escrita a fórmula, tecle *Enter*. Arraste a fórmula para baixo. Esse comando indica para o Excel que ele deve substituir na fórmula, um a um, todos os elementos de diâmetro contidos na coluna B, localizados abaixo da célula B3, e calcular o correspondente $1/d^2$.

	A	B
1		
2	$1/d^2$	d(cm) ↓
3	=1/(B3*B3)	1.5
4		2.0
5		3.0
6		5.0

Figura 2a Para inserir uma fórmula matemática numa célula é necessário teclar o sinal "=".

	A	B
1		
2	$1/d^2$	d(cm) ↓
3	0.44	1.5
4	0.25	2.0
5	0.11	3.0
6	0.04	5.0

Figura 2b. Note que o número de algarismos significativos é igual nas duas colunas.

- Os parênteses são necessários em casos como o anterior, no qual se deseja que o programa primeiro multiplique os elementos B3, e somente depois faça o cálculo de 1/(resultado da multiplicação).

- Se você quiser que determinado elemento que aparece numa fórmula permaneça fixo, mesmo quando você arrasta o mouse para fazer os cálculos, é necessário usar o símbolo $ antes da letra e antes do número correspondente. Exemplo: **= C4/(B3*B3).** Nesse caso, ao arrastarmos o mouse para baixo, o Excel, varia os elementos da coluna B, mas mantém fixo o elemento C4 no cálculo.

7) COMO INSERIR A BARRA DE ERROS

Para introduzir a barra de erros no seu gráfico, coloque o ícone do "mouse" **sobre um dos pontos experimentais** e pressione o botão esquerdo do "mouse". Com esta ação todos os pontos experimentais devem ficar em evidência. Em seguida, acione o botão direito do mouse. Escolha a opção *Formatar Série de Dados*

Se as medidas à qual a barra de erros que você deseja inserir estiverem no eixo y, escolha:

Barra de erros em y

No item *Exibir*, escolha:

Ambas

No item Erro, escolha :

Personalizar

Acione o quadrado vermelho correspondente ao quadro +. Deve surgir um novo quadro (Figura 3) onde você é convidado a colocar os valores dos erros. Neste ponto vá à Tabela 1 e escolha a linha correspondente aos valores de **σ**. Confirme e faça o mesmo procedimento em relação ao quadro – em *Personalizar*. Acione a tecla *OK*.

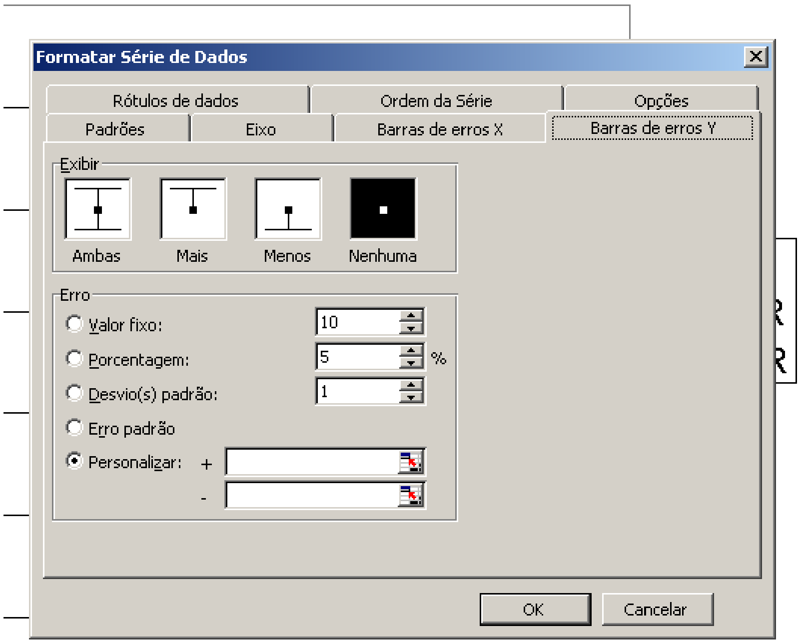


Figura 3

8) IMPORTAÇÃO DE DADOS

- Vá para o menu Iniciar do Windows e abra a sua planilha:

Menu Iniciar → Programa → Excel

- .Ative o menu da sua planilha (neste caso os dados deverão estar bem identificados no diretório específico de cada turma):

Dados → Importar dados externos → Importar dados →:
C:\Turmas\Turma\Ativ3_10g.txt[2]
→Delimitado →Avançar →Avançar →Concluir

Bibliografia

- Física Geral e Experimental - José Goldemberg, Volume 1, Companhia Editora Nacional, 1977
- Introdução ao Laboratório de Física, J. Piacentini e colaboradores, Ed. UFSC
- Guia para Física Experimental – Brito Cruz e outros, Unicamp, www.dfte.ufrn.br/fis315/
- Física I - Sears & Zemansky, H. D. Young e R. A. Freedman, Addison Wesley.
- Fundamentos de Física - volume 1, D. Halliday, R. Resnick e (J. Walker ou K. Krane), Ed. LTC.
- Física - volume 1, Alaor Chaves, Reichmann e Affonso Editores.
- AZEVEDO, Paulo Roberto Medeiros de. *Modelos de Regressão Linear.* Coleção Saber e Ciência, Vol. 1. Natal: EDUFRN, 1997.

[2] Este é um exemplo de arquivo que pode-se desejar abrir.